

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Красноярский государственный технический университет

**А. С. Глинченко**

# **ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ**

*Рекомендовано Сибирским региональным учебно-методическим центром  
высшего профессионального образования  
в качестве учебного пособия*

Красноярск 2001

УДК 621.391.083.92(07)

Г54

*Рецензенты:*

*А. И. Кондрашев, канд. физ.-мат. наук, доцент КГУ;*

*В. В. Югай, технический директор ГУ НПП "Радиосвязь"*

**Глинченко А. С.**

Г54 Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие: В 2 ч. Ч. 2. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2001. 184 с.

*Во второй части учебного пособия рассмотрены методы спектрально-корреляционного анализа сигналов на основе дискретного преобразования Фурье, алгоритмы быстрого преобразования Фурье, методы переноса спектров, формирования и обработки комплексных дискретных сигналов, передискретизации сигналов в процессе их обработки, формирования и разделения сигналов в многоканальных системах с частотным уплотнением каналов, многоканального полосового анализа сигналов, а также реализации систем цифровой обработки сигналов на основе аппаратных и аппаратно-программных средств.*

*Предназначено для студентов специальностей: 200700 – «Радиотехника», 201300 – «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования», 201500 – «Бытовая радиоэлектронная аппаратура», 190100 – «Приборостроение», 071500 – «Радиофизика и электроника».*

УДК 621.391.083.92(07)

ISBN 5-7636-0338-9

© КГТУ, 2001

© А. С. Глинченко, 2001

## 7. МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО И КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

### 7.1. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ: ЗАДАЧИ, МЕТОДЫ, ПАРАМЕТРЫ

Спектральный анализ заключается в разложении сигнала на его частотные или спектральные составляющие и оценке или измерении их спектральных характеристик – амплитуды, фазы, мощности, спектральной плотности мощности и др.

К **задачам**, решаемым методами спектрального анализа, относятся: обнаружение, разрешение и оценивание параметров сигналов, сжатие данных, выделение информативных признаков, идентификация объектов (определение частотных, импульсных и других характеристик), распознавание образов (речи, изображений) и др. Для **случайных** сигналов с помощью спектрального анализа решается общая задача выявления скрытых периодичностей и статистических (корреляционных) связей. Спектральный анализ детерминированных **периодических** (регулярных) сигналов и сигналов конечной длительности называют также **гармоническим анализом** [1].

Основными **методами** спектрального анализа являются **фильтровые** (методы полосового анализа), **бесфильтровые** (основанные на ДПФ), **параметрические** (на основе параметрических моделей случайных процессов [2]), текущего, скользящего и скачущего спектрального анализа, после-довательного и параллельного, одноканального и многоканального, в реальном времени и нереальном (по записям сигнала).

К **параметрам** анализаторов спектра относятся **число каналов анализа**; **время наблюдения** или **анализа** (ширина окна)  $T_a = NT_d$  и соответствующее ему число отсчетов или длина  $N$  обрабатываемой реализации сигнала; **полоса анализа**  $\Delta f_a$ , не превышающая для дискретных сигналов основной полосы спектра  $\pm f_d/2$ ; **разрешение по частоте**, обратно пропорциональное времени анализа:  $\Delta f_p \sim 1/T_a$  и соответствующее разности частот двух соседних разрешаемых (разделяемых) частотных составляющих сигнала.

Спектральный анализ широко применяется в радиотехнике и смежных с нею областях.

**Особенности** классического спектрального анализа на основе ДПФ связаны с оценкой спектра сигнала по его **реализациям конечной длины**, т. е. на **конечном интервале наблюдения**. При этом полагается, что за пределами этого интервала сигнал равен нулю или является периодическим продолжением считанной реализации. Широкое применение анализаторов спектра на основе ДПФ обусловлено наличием высокоэффективных вычислительных алгоритмов БПФ.

## 7.2. БАЗОВАЯ СТРУКТУРА АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА НА ОСНОВЕ ДПФ

В основе анализаторов спектра, использующих ДПФ, лежит базовая структура, приведенная на рис. 7.1. Она реализует **базовые операции** анализатора спектра – **взвешивание** и **вычисление ДПФ**. Ее выходом является вектор ДПФ входной в общем случае не ограниченной по длине последовательности  $x(n)$ , усеченной весовой функцией  $w(n)$  конечной длины  $N$ :

$$\tilde{X}(j\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n)e^{-j\omega_k n T_d} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n)e^{-j(2\pi/N)kn} = \text{ДПФ}_N[\tilde{x}(n)], \quad (7.1)$$

$k = 0, 1, \dots, N-1$ . Здесь  $\tilde{x}(n) = x(n)w(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$  – преобразуемая входная последовательность ДПФ;  $\omega_k = k\omega_d/N$  или  $f_k = kf_d/N$  – частоты анализа, называемые также **бинами** ДПФ: 1 бин равен шагу дискретизации сигнала в частотной области  $f_d/N$ . Анализатор имеет  $N$  разнесенных по частоте на 1 бин ( $f_d/N$ ) **каналов** анализа с центральными частотами  $\omega_k$  ( $f_k$ ), при этом значения  $k = 0, 1, \dots, N-1$  соответствуют номеру канала, номеру бина или номеру частотной выборки ДПФ  $\tilde{X}(j\omega_k) = \tilde{X}(jk)$ . Весовая функция представляет **окно**, через которое наблюдается входной сигнал, длиной ее определяется время анализа  $T_a = NT_d$  или время наблюдения сигнала.

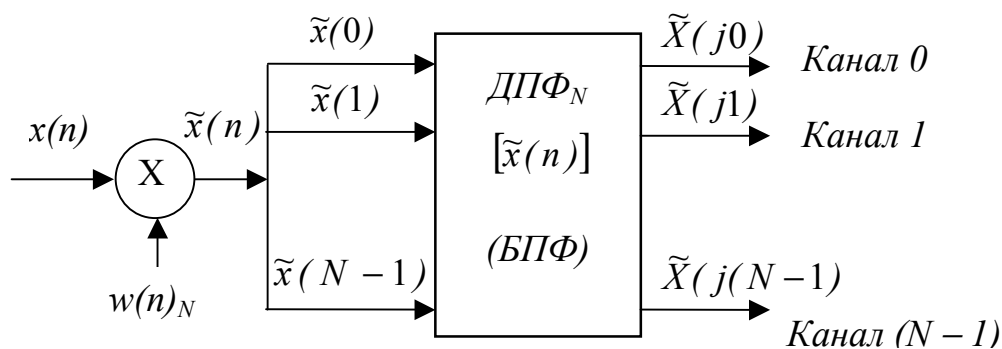


Рис. 7.1. Структурная схема анализатора спектра на основе ДПФ, представленная его базовыми элементами

Умножению или **взвешиванию** во временной области соответствует **свертка** в частотной, поэтому вычисляемое ДПФ фактически является дискретизированной сверткой истинного спектра анализируемого сигнала  $X(j\omega)$  с частотной характеристикой (спектром) весовой функции  $W(j\omega)$ :  $\tilde{X}(j\omega_k) = X(j\omega) * W(j\omega)|_{\omega = \omega_k}$ , где  $*$  – символ свертки, т. е. содержит систематическую (методическую) **погрешность** анализа. Она является следствием ограничения сигнала по длительности, искажающего результаты

спектрального анализа. Применение специальных весовых функций или окон позволяет сгладить или ослабить вызываемое временным усечением влияние или эффект разрывов сигнала на краях.

Дальнейшая обработка выходных данных ДПФ осуществляется с учетом измеряемых или оцениваемых с помощью ДПФ спектральных характеристик, зависящих от вида анализируемых сигналов.

Для **периодических сигналов**  $x_p(n)_N$  с периодом  $NT_d$  оценивают **амплитуды**  $A_m(\omega_i)$  и **фазы**  $\varphi(\omega_i)$  гармоник с частотой  $if_d/N$  или их средние за период мощности  $[A_m(\omega_i)]^2/2$ .

Для **детерминированных сигналов конечной длительности**  $x(n)_N$  (непериодических) оценивают:

**спектральную плотность**  $X(j\omega)$  размерностью [В/Гц], определяемую ее модулем  $|X(j\omega)|$  и аргументом  $\varphi(\omega)$ , т. е. амплитудным и фазовым спектрами или реальной  $X_{Re}(j\omega)$  и мнимой  $X_{Im}(j\omega)$  частями и вычисляемую на частотах анализа  $\omega = \omega_k$  или бинах ДПФ;

**энергетический спектр** или **спектральную плотность энергии**  $S_x(\omega)$  ( $|X(j\omega)|^2$ ) размерностью [В<sup>2</sup>с/Гц], показывающую распределение энергии сигнала по частоте и также вычисляемую на дискретных частотах  $\omega_k$ .

Для **случайных сигналов**  $x(n)$  оценивают **спектральную плотность мощности**  $P_x(\omega)$  размерностью [В<sup>2</sup>/Гц], являющуюся статистическим расширением понятия спектральной плотности энергии на случайные сигналы, т. е. сигналы с бесконечной энергией и также вычисляемую на дискретных частотах  $\omega_k$ . Для стохастически связанных случайных сигналов  $x(n)$ ,  $y(n)$  с помощью ДПФ измеряют их **взаимную спектральную плотность мощности**  $P_{xy}(j\omega)$ .

При реализации конкретных алгоритмов спектрального анализа различных сигналов важное значение имеет правильное **масштабирование** результатов анализа и учета их **размерности** [2]. Так, по вычисленному ДПФ

$$X(j\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\omega_k n T_d} \text{ вещественного периодического сигнала } x_p(n)_N$$

с периодом  $NT_d$  и частотами гармоник  $if_d/N$ , совпадающими с бинами ДПФ, **амплитуды** гармоник  $A_m(\omega_i)$  определяются как  $(2/N)|X(j\omega_i)|$ , **фазы**  $\varphi(\omega_i)$  как  $\arctg[X_{Im}(j\omega_i)/X_{Re}(j\omega_i)]$  и средние мощности как  $2|(1/N)X(j\omega_i)|^2$ . По ДПФ  $X(j\omega_k)$  **детерминированного сигнала конечной длительности**  $NT_d$  аналогичным образом находятся амплитуды, фазы и мощности  $k$ -й частотной выборки спектра сигнала, а спектральная плотность сигнала на частотах  $\omega_k$  определяется как  $T_d X(j\omega_k)$ . Другие спектральные характеристики такого сигнала связаны с его ДПФ соотношениями:  $S_x(k) = |T_d X(j\omega_k)|^2$  – спектральная

плотность энергии на частоте  $\omega_k$ ;  $P_x(k) = (T_d/N)|X(j\omega_k)|^2$  – спектральная плотность мощности на частоте  $\omega_k$ ;  $S_x = \frac{1}{NT_d} \sum_{k=0}^{N-1} S_x(k)$  – полная энергия

сигнала;  $P_x = \frac{1}{NT_d} \sum_{k=0}^{N-1} P_x(k)$  – средняя мощность сигнала.

Можно отметить, что корректность масштабов при вычислении энергии и мощности сигнала обеспечивает пара преобразований с размерным множителем  $T_d$  перед ДПФ и  $1/T_d$  перед ОДПФ, называемая дискретно-временным рядом Фурье (ДВРФ) [2].

### 7.3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОКАНАЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА НА ОСНОВЕ ДПФ

Существует тесная связь между ДПФ и цифровой фильтрацией. Для ее установления запишем отклик нерекурсивного фильтра (НФ) с конечной импульсной характеристикой  $h(n)$  длиной  $N$  на анализируемый с помощью ДПФ сигнал  $x(n)$  в момент времени  $nT_d = (N-1)T_d$  (при  $n = N-1$ ):

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h(n-m);$$

$$y(N-1) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h(N-1-m). \quad (7.2)$$

Из сопоставления (7.1) и (7.2) следует, что выход канала ДПФ  $X(j\omega_k)$  совпадает с выходом НФ с импульсной характеристикой, отвечающей условию:

$$h(N-1-m) = w(m)e^{-j\omega_k m T_d} \text{ или } h(m) = w(N-1-m)e^{-j\omega_k (N-1-m)T_d}.$$

Это означает, что  $k$ -й канал ДПФ эквивалентен полосовому НФ с импульсной характеристикой  $h(m)$ , согласованной со взвешенным комплексным гармоническим сигналом  $w_k(m) = w(m)e^{j\omega_k m T_d}$  в соответствии с условием согласования:  $h(n) = w_k^*(N-1-m)$  [1]. Такой фильтр имеет частотную характеристику

$$H(j\omega) = e^{-j\omega(N-1)T_d} W^*[j(\omega - \omega_k)], \quad (7.3)$$

являющуюся комплексно-сопряженной частотной характеристике весовой функции  $W^*(j\omega)$ , смещенной вправо к частоте  $\omega_k > 0$  (центральной частоте канала  $k > 0$ ) или влево к частоте  $\omega_k < 0$  (центральной частоте канала  $k < 0$ ).

Частотную характеристику НФ можно определить также по его отклику  $y(N-1)$  на комплексный гармонический сигнал  $x(n) = e^{j\omega n T_d}$ , отнесенному к значению этого сигнала при  $n = N-1$ :

$$H(j\omega) = y(N-1) / e^{j\omega(N-1)T_d} = e^{-j\omega(N-1)T_d} W^*[j(\omega - \omega_k)],$$

что совпадает с выражением для частотной характеристики (7.3).

Это позволяет аналогичным образом определить и **частотную характеристику канала ДПФ**, обозначаемую  $H(j\omega_k, \omega)$ , в виде отношения его отклика на комплексный гармонический сигнал  $x(n) = e^{j\omega n T_d}$  к значению сигнала при  $n = N - 1$ :

$$H(j\omega_k, \omega) = \text{ДПФ}_N \left\{ e^{j\omega n T_d} w(n) \right\} e^{j\omega(N-1)T_d} = e^{-j\omega(N-1)T_d} W^* [j(\omega - \omega_k)].$$

Максимум частотной характеристики канала имеет место на частоте  $\omega = \omega_k$ , при этом на частоты  $\omega > 0$ , совпадающие с бинами ДПФ, откликаются каналы анализатора спектра с номерами  $k > 0$  в полосе частот  $(0 - \omega_d/2)$ , а на частоты  $\omega < 0$  (иначе на сигнал  $x(n) = e^{-j\omega n T_d}$ ), совпадающие с бинами ДПФ, откликаются каналы с номерами  $k < 0$  в полосе частот  $(-\omega_d/2 - 0)$ .

Таким образом, анализатор спектра на основе ДПФ обеспечивает **разрешение комплексных гармонических сигналов не только по частоте, но и по знаку частоты** [1]. При вычислении ДПФ в диапазоне частот  $(0 - f_d)$ , т. е. для  $k = 0, \dots, N - 1$ , отрицательным значениям  $k_- = -1, -2, \dots, -N/2$  соответствуют значения  $k = k_- + N$ .

В качестве примера найдем частотную характеристику анализатора спектра с **прямоугольной весовой функцией**  $w_R(n)$  длиной  $N$ . Ее преобразование Фурье  $W_R(j\omega) = e^{-j\omega(N-1)/2} [\sin(\omega N T_d / 2)] / [\sin(\omega T_d / 2)]$ .

Каналы  $k = 0, 1, \dots, (N - 1)/2$  анализатора спектра, откликающиеся на сигнал  $x(n) = e^{j\omega n T_d}$ , для данной весовой функции описываются частотной характеристикой:

$$H_R(j\omega_k, \omega) = e^{-j\omega(N-1)/2} \frac{\sin[(\omega - \omega_k) N T_d / 2]}{\sin[(\omega - \omega_k) T_d / 2]}. \quad (7.4)$$

Выражение для частотных характеристик каналов  $k_- = -1, -2, \dots, -(N - 1)/2$  или  $k = (N - 1)/2, \dots, (N - 1)$ , откликающихся на сигнал  $x(n) = e^{-j\omega n T_d}$ , имеет вид:

$$H_R(j\omega_k, \omega) = e^{j\omega(N-1)/2} \frac{\sin[(\omega + \omega_k) N T_d / 2]}{\sin[(\omega + \omega_k) T_d / 2]}. \quad (7.5)$$

Графики модулей частотных характеристик каналов анализатора спектра, соответствующие (7.4), (7.5), представлены на рис. 7.2. Частотная характеристика канала имеет главный лепесток шириной  $\Delta f_{2n} = 2f_d/N = 2$  бина и боковые лепестки шириной 1 бин ( $f_d/N$ ) с относительным уровнем

максимального бокового лепестка  $\delta_{\text{бл. max}} = -13,6$  дБ (боковые лепестки показаны только для одного канала).

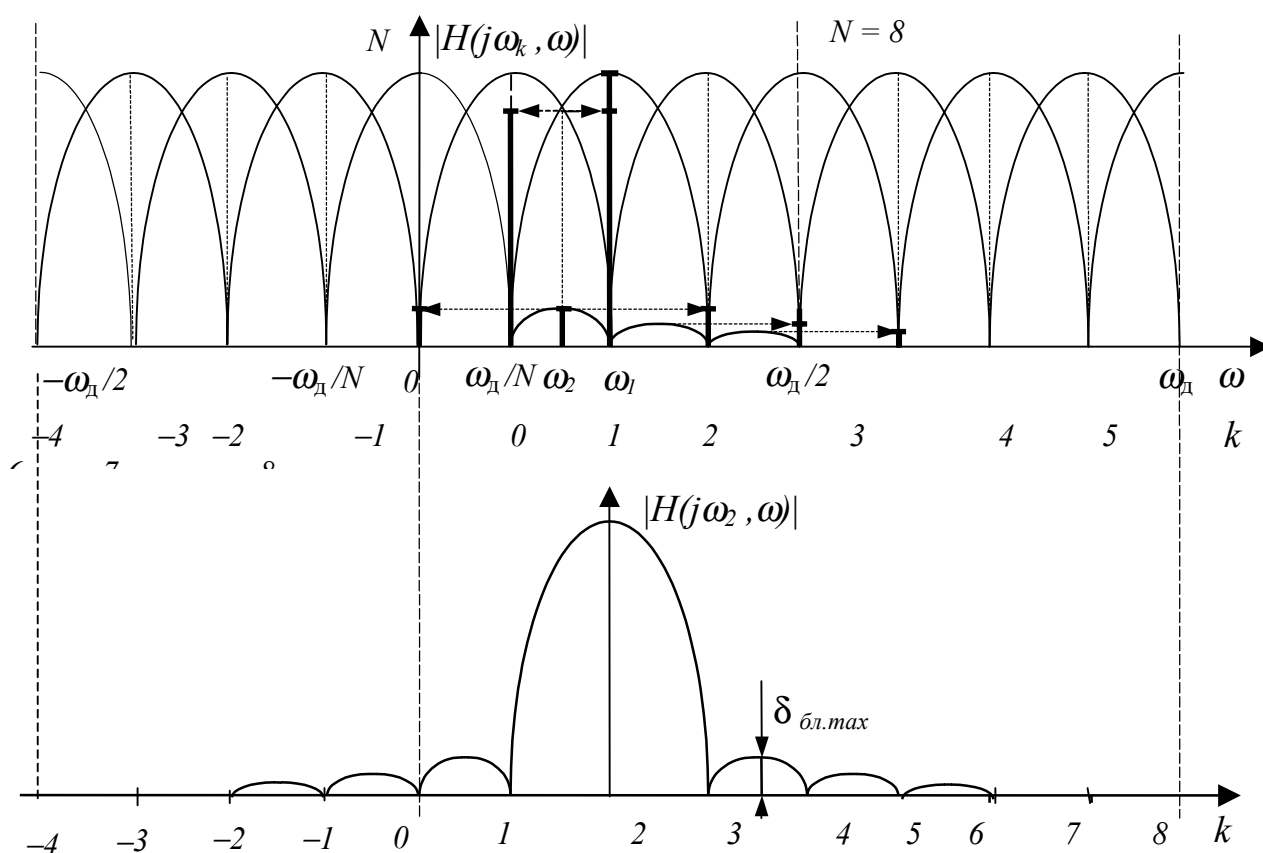


Рис. 7.2. Частотная характеристика  $N$ -канального анализатора спектра с прямоугольной весовой функцией и частотная характеристика одного канала

Как видно из рис. 7.2, частотные характеристики всех каналов перекрываются. Однозначное разрешение комплексного гармонического сигнала имеет место только на частотах  $\omega = \omega_k$ , совпадающих с частотами анализа ДПФ, когда **на интервале анализа укладывается целое число периодов сигнала**:  $T_a = NT_d = kT$  (частота  $\omega_1$  на рис. 7.2). В этом случае сигнал присутствует только на выходе одного канала или говорят - проецируется на 1 бин ДПФ. При этом возможны обнаружение и оценка параметров сигнала по вычисленному значению ДПФ  $X(j\omega_k)$ .

На сигналы с частотой  $\omega \neq \omega_k$  (частота  $\omega_2$  на рис. 7.2) откликаются два соседних канала на уровне главных лепестков их частотных характеристик, а на уровне боковых лепестков откликаются **все каналы ДПФ** или говорят сигнал в этом случае проецируется на все бины ДПФ, т. е. присутствует на выходах всех каналов. Это явление называют **размыванием спектра**,



**дроблением** или **просачиванием** спектра между каналами [2, 4, 6]. При этом затруднительны однозначное обнаружение сигнала и оценка его параметров.

Важной для практики является задача обнаружения и оценки параметров вещественных гармонических сигналов  $x(n) = \cos(\omega nT_d)$ . Такой сигнал можно представить в виде суммы двух комплексных гармонических сигналов с частотой  $\omega > 0$  и  $\omega < 0$ :

$$x(n) = (1/2) [e^{j\omega nT_d} + e^{-j\omega nT_d}] = (1/2) [x_1(n) + x_2(n)].$$

В соответствии с принципом суперпозиции ДПФ сигнала  $x(n)$  также можно найти как сумму откликов на его комплексно-сопряженные составляющие, определяемых, как показано выше, частотной характеристикой анализатора спектра.

#### 7.4. РОЛЬ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

Высокий уровень боковых лепестков и обусловленное им сильное взаимное влияние каналов анализатора спектра является основным недостатком прямоугольной весовой функции. Особенно оно существенно при разрешении нескольких одновременно действующих сигналов или при наличии сосредоточенных помех, существенно искажающих результаты анализа. Эти недостатки преодолеваются при использовании весовых функций, имеющих меньший уровень боковых лепестков. Однако при этом возрастает ширина главного лепестка  $\Delta f_{gl} = Df_d/N$ , где  $D > 2$ . Это приводит к увеличению числа каналов с перекрывающимися главными лепестками частотных характеристик и **ухудшению разрешающей способности** анализатора спектра. Например, у анализатора спектра с весовой функцией Хэмминга, имеющей параметры  $\Delta f_{gl} = 4f_d/N$ ,  $\delta_{bl\ max} = -41$  дБ, перекрываются главные лепестки частотных характеристик трех соседних каналов (рис. 7.3). Даже при  $\omega = \omega_k$  (частота  $f_1$  на рис. 7.3) сигнал одновременно присутствует на выходах трех каналов (проецируется на три бина ДПФ), а при  $\omega \neq \omega_k$  (частота  $f_2$  на рис. 7.3) без учета боковых лепестков проецируется на 4 бина ДПФ.

**Улучшение разрешения** анализатора спектра с весовыми функциями, имеющими широкий главный лепесток, **обеспечивается** путем увеличения числа точек ДПФ  $N$ , т. е. **увеличением времени анализа** сигнала  $T_a = NT_d$ . От параметров весовой функции зависят также фильтрующие свойства анализатора спектра при обработке зашумленных гармонических и полигармонических сигналов. Большую роль играют весовые функции и при спектральном анализе случайных сигналов.

В то же время умножение на весовую функцию, отличную от прямоугольной, приводит к увеличению общего объема вычислений при спектральном анализе. Для ряда весовых функций умножение во временной

области может быть заменено сверткой в частотной области с дискретизированной частотной характеристикой весовой функции.

Например, для весовых функций Ханна и Хэмминга такая свертка вычисляется путем скользящего весового усреднения трех соседних частотных выборок с весами соответственно 0,25; 0,5; 0,25 и 0,23; 0,54; 0,23 [3, 5].

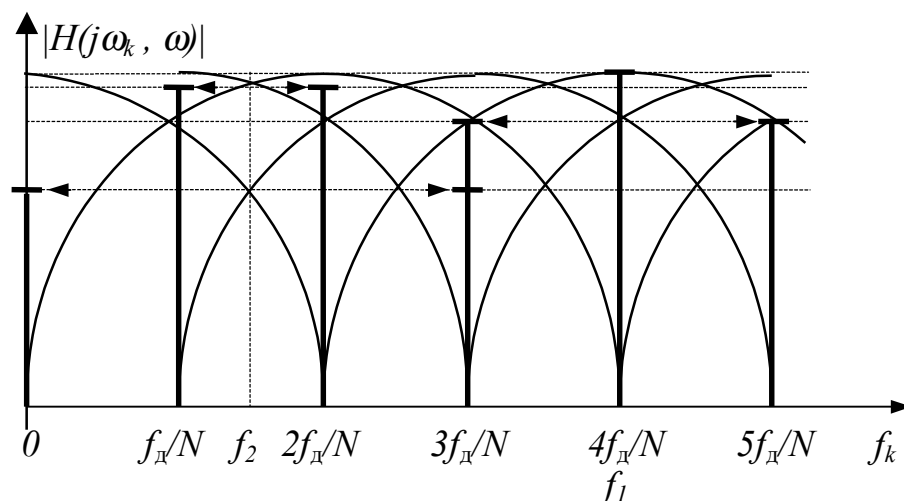


Рис. 7.3. Частотные характеристики каналов анализатора спектра с весовой функцией Хэмминга

Для обоснованного выбора весовой функции при решении конкретных задач необходимо знать их основные параметры, важные для спектрального анализа.

### 7.5. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

Параметры весовых функций, используемых при спектральном анализе, рассмотрены в [2, 4, 5, 7].

**Эквивалентная шумовая полоса весовой функции  $\Delta F_{ш}$ , выражаемая в бинах.** Находится при действии на входе анализатора спектра белого шума, имеющего полосу  $\pm f_d/2$ , из условия равенства мощности шума  $P_{ш\text{вф}}$  на выходе эквивалентного цифрового фильтра нижних частот с частотной характеристикой весовой функции  $W(j\omega)$  и мощности шума  $P_{ш\text{ид}}$  на выходе идеального фильтра, имеющего полосу пропускания  $\Delta F_{ш}$  и максимум квадрата АЧХ  $|W(j0)|^2$  (рис. 7.4):

$$P_{ш\text{вф}} = \frac{N_0}{2\pi} \int_{-\omega_d/2}^{\omega_d/2} |W(j\omega)|^2 d\omega = \frac{N_0}{T_d} N \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n),$$

где  $N_0$  – спектральная плотность мощности белого шума на входе фильтра (или канала).

Максимальное усиление весовой функции на частоте  $\omega = 0$  определяется как  $W(j0) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n)$  (по уровню) и  $|W(j0)|^2 = (\sum_{n=0}^{N-1} w(n))^2$  – по мощности.

Мощность шума на выходе идеального фильтра  $P_{шш} = \frac{N_0}{T_d} |W(j0)|^2 \Delta F_{ш}$ .

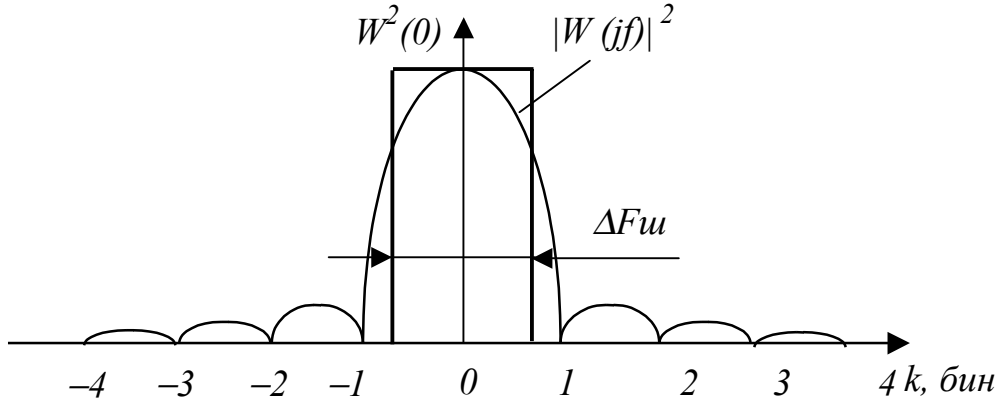


Рис. 7.4. Определение эквивалентной шумовой полосы весовой функции

Приравнявая мощности  $P_{швф} = P_{шш}$ , находим выражение для эквивалентной шумовой полосы весовой функции и, соответственно, эквивалентной шумовой полосы канала анализатора спектра:

$$\Delta F_{ш} = N \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n) / (\sum_{n=0}^{N-1} w(n))^2, \text{ бин.} \quad (7.6)$$

При этом мощность действующего на входе анализатора спектра белого (широкополосного) шума уменьшается на выходе анализатора спектра в число раз, равное  $N/\Delta F_{ш}$ .

**Ширина главного лепестка частотной характеристики весовой функции по уровням 3 и 6 дБ, в бинах:  $\Delta F_{2л(3/6)}$ .** Значение  $\Delta F_{2л(6)}$  определяет разрешающую способность анализатора спектра по частоте:

$$\Delta f_p = \Delta F_{2л(6)} f_d / N. \quad (7.7)$$

Если  $\Delta f_p$  задано, то по нему находится необходимое время анализа:

$$NT_d = \Delta F_{2л(6)} / \Delta f_p.$$

Совокупность параметров  $\Delta F_{2л(3)}$  (полосы по уровню половинной мощности) и  $\Delta F_{ш}$  определяет качество весовой функции  $\delta = (\Delta F_{2л(3)} - \Delta F_{ш}) / \Delta F_{2л(3)}$  в случае, когда входная последовательность представляет сумму гармонических составляющих с частотами, не кратными  $f_d/N$ , т. е. не совпадающими с бинами ДПФ, и белого шума [7].

**Когерентное усиление весовой функции:**  $K_{\text{коз}} = |W(j0)|/N$ . Определяет нормированное к  $N$  усиление канала ДПФ с данной весовой функцией на центральной частоте канала  $f_k$ .

**Максимальный уровень боковых лепестков  $\delta_{\text{бл max}}$ , дБ.** Этот параметр рассматривался в [40] при синтезе НФ методом весовых функций в главе 3.

**Паразитная амплитудная модуляция спектра.** Определяется отношением значения частотной характеристики весовой функции на частоте  $f = f_d/2N$  к максимальному значению частотной характеристики на частоте  $f = 0$ :  $A_{n, \text{дБ}} = 20 \lg [ |W(j\omega)|_{(\omega = \omega_d / 2N)} / |W(j0)| ]$ . Значение  $A_n$  характеризует искажения или потери оценок ДПФ в случае самых неблагоприятных для ДПФ частот сигнала  $f = f_k \pm f_d/2N$  [4].

Значения параметров для некоторых весовых функций [2, 4, 5, 7] сведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Тип ВФ	$\Delta F_{\text{ш}}, \text{бин}$	$\Delta F_{\text{эл(3/6)}}, \text{бин}$	$K_{\text{коз}}$	$\delta_{\text{бл}}, \text{дБ}$	$A_{\text{п}}, \text{дБ}$
Прямоугольная	1	0,89 / 1,21	1	-13,6	-3,92
Треугольная	1,33	1,28 / 1,78	0,5	-27	-1,82
Хемминга	1,36	1,30 / 1,81	0,54	-41	-1,78
Блэкмана	1,73	1,68 / 2,36	0,42	-57	-1,1

## 7.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГАРМОНИЧЕСКОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

Гармонический спектральный анализ, как и спектральный анализ других сигналов, требует учета особенностей решаемой задачи и творческого подхода к выбору типа весовой функции, времени анализа, использованию других приемов спектрального анализа, в том числе дополнения обрабатываемой последовательности нулевыми отсчетами.

**Анализ и оценка параметров полигармонических сигналов с когерентной выборкой [8].** В данном случае обрабатывается сигнал

$$x(n) = \sum_{i=1}^L A_{mi} \sin(\omega_i n T_d + \varphi_i),$$

состоящий из одной или  $L$  синусоидальных составляющих с частотами  $f_i$ , отвечающими условию  $f_i = kF$ , т. е. являющихся гармониками некоторой известной или неизвестной частоты  $F$ , связанной с частотой дискретизации сигнала  $f_d$  соотношением:  $F = pf_d/N$  (так называемый режим когерентной выборки);  $N$  и  $p$  – целые взаимно простые числа. С

помощью спектрального анализа нужно оценить частоты присутствующих в сигнале составляющих, их амплитуды и фазы.

Такая задача спектрального анализа возникает при **тестировании (идентификации) объектов** гармоническими или сложными полигармоническими сигналами, частоты которых формируются от общего задающего генератора, который является одновременно и источником частоты дискретизации как тестового сигнала, так и считываемого отклика объекта [9, 10]. Режим когерентной выборки реализуется также путем фазовой синхронизации или автоподстройки частоты дискретизации  $f_d$  по сигналу основной (опорной) частоты  $F$  входного сигнала.

При **исследовании характеристик моделируемых объектов**, в том числе систем ЦОС, по откликам их на гармонические и полигармонические сигналы также используется спектральный анализ сигналов на основе ДПФ. При этом значения частот тестовых сигналов и время анализа, т. е. число точек ДПФ при заданной частоте дискретизации выбирают с учетом указанных выше условий **однозначного разрешения всех частотных составляющих**, присутствующих в тестовом сигнале:  $N = kf_d / f_i$ .

В качестве весовой функции анализаторов спектра с когерентной выборкой используется **прямоугольная весовая функция**. Значения неизвестных частот составляющих определяются номером канала (бина ДПФ), откликающегося на данную частоту, т. е.  $f_i = kf_d / N$ , амплитуда их  $A_{mi} = 2|X(jk)|/N$ , фаза  $\varphi_i = \arg [X(jk)]$ .

При наложении на сигнал белого шума и/или шума квантования АЦП со спектральной плотностью ( $\sigma_{ш}^2 / f_d$ ), обусловленная ими случайная погрешность оценок определяется мощностью шума на выходе канала ДПФ  $\sigma_{шк}^2 = [\sigma_{ш}^2 / f_d] \Delta F_{ш} f_d / N = (\sigma_{ш}^2 / N) \Delta F_{ш}$ . Наилучшей в данном случае также является прямоугольная весовая функция, имеющая минимальную эквивалентную шумовую полосу  $\Delta F_{ш} = \Delta F_{ш \min} = 1$ . Относительная погрешность оценки среднеквадратичного значения сигнала при этом составляет  $\delta_{Ai} = A_{mi} / \sqrt{2}\sigma_{шк}$ , а фазы  $\varphi_i = A_{mi} / \sqrt{2}\sigma_{шк}$ . Для повышения точности оценок можно произвести предварительное усреднение  $K$  реализаций сигнала или  $K$  оценок ДПФ или увеличить в  $K$  раз время анализа (число точек ДПФ  $N$ ). При этом погрешность оценок амплитуды и фазы уменьшается в  $\sqrt{K}$  раз.

**Анализ и оценка параметров полигармонических сигналов с некогерентной выборкой** [7]. Некогерентная выборка означает отсутствие жесткой связи между частотными составляющими сигнала и частотой его дискретизации.

Для **одночастотного сигнала** в этом случае целесообразно использовать **прямоугольную весовую функцию**, а время анализа выбрать исходя из требуемого частотного разрешения  $\Delta f_p = \Delta F_{2л(6)} f_d / N$ , откуда  $N \geq \Delta F_{2л(6)} f_d / \Delta f_p$ . Частота сигнала здесь отождествляется с центральной

частотой канала ДПФ, имеющего максимальное выходное значение, что соответствует погрешности оценки частоты, не превышающей  $f_d/2N$ . Погрешность оценки амплитуды сигнала при этом является большой и при  $f = f_k \pm f_d/2N$  достигает максимального значения  $A_n = -3,92$  дБ. Меньшую погрешность можно получить, используя другие весовые функции с меньшим значением коэффициента модуляции  $A_n$  или **подбором** шага дискретизации по частоте  $f_d/N$  путем изменения числа точек ДПФ  $N$ , так чтобы в случае прямоугольной весовой функции получить на выходе ДПФ одну частотную выборку с максимальной амплитудой. При этом можно говорить о режиме квазикогерентной выборки.

**При большом числе частотных составляющих** время анализа или число точек ДПФ  $N$  также выбирается из требуемого частотного разрешения, соответствующего, например, априорной информации о минимальном разnose по частоте спектральных составляющих сигнала, а в качестве весовой функции применяются весовые функции с малым уровнем боковых лепестков, так как прохождение внеканальных составляющих через боковые лепестки частотной характеристики анализатора спектра существенно влияет на погрешность спектральных оценок сигнала.

Аналогичным образом осуществляется анализ и в том случае, когда известно, что одна или несколько присутствующих совместно с сигналом составляющих представляют собой мощную **узкополосную помеху**. При этом уровни боковых лепестков частотной характеристики, через которые помехи просачиваются в каналы, соответствующие полезному сигналу, должны обеспечивать их необходимое ослабление, что достигается выбором удовлетворяющей этому весовой функции.

При наличии **широкополосных шумов** точность оценок можно повысить с помощью усреднения ДПФ по  $K$  реализациям сигнала или увеличением в  $K$  раз числа точек  $N$  с последующим усреднением  $K$  соседних частотных выборок ДПФ и их прореживанием в  $K$  раз.

При некогерентном гармоническом анализе, как и при анализе случайных сигналов, используется **дополнение преобразуемой последовательности определенным числом нулевых отсчетов  $N_0$** , когда  $\tilde{x}(n) = x(n)w(n)$  при  $0 \leq n \leq N_1 - 1$  и  $\tilde{x}(n) = 0$  при  $N_1 \leq n \leq N - 1$ . При этом ДПФ  $N_1$ -точечной последовательности  $\tilde{x}(n)$  вычисляется по числу точек  $N = N_1 + N_0$ , где  $N_1$  соответствует длине весовой функции:

$$\tilde{X}(j\omega_k) = \sum_{n=0}^{N_1-1} w(n)x(n)e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Это приводит к уменьшению шага дискретизации  $\Delta f = f_d/N$ , к увеличению числа каналов анализа и **интерполяции сигнала в частотной области**. Интерполированные частотные выборки улучшают разрешение анализатора спектра по частоте. Однако такое улучшение является **условным**, так как ширина главного и боковых лепестков частотной характеристики канала

анализатора спектра при этом остаются прежними и определяются длиной весовой функции  $N_1$ . Например, при  $N_0 = N_1$  число каналов анализа удваивается, а частотный интервал между ними уменьшается вдвое. Если частота сигнала при этом точно совпадет с частотой  $k$ -го канала, в том числе и интерполированного, то даже в случае прямоугольной весовой функции на данный сигнал будут откликаться 3 канала анализатора спектра. Предлагается **самостоятельно** построить графики частотных характеристик анализатора спектра с добавлением нулевых отсчетов для прямоугольной весовой функции и весовой функции Хэмминга при  $N_0 = N_1$ .

Нулевые отсчеты используют также для дополнения обрабатываемой последовательности до числа точек  $N = 2^i$  с целью применения высокоэффективных алгоритмов спектрального анализа **на основе БПФ**.

Дополнение последовательности нулевыми отсчетами может также помочь в разрешении такого **вопроса**, являются ли наблюдаемые частотные выборки ДПФ результатом размытия спектральной линии одночастотного сигнала или соответствуют выборкам частотных составляющих, реально присутствующих в обрабатываемом сигнале. Предлагается **самостоятельно** подумать над данной практической задачей спектрального анализа.

### 7.7. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА СПЕКТРА С ПОМОЩЬЮ ДПФ И СВЯЗИ С ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ

Наряду с оценкой спектра на заданном интервале наблюдения существуют задачи анализа изменения спектра во времени или текущего спектрального анализа, относящегося к нестационарным детерминированным и случайным сигналам. Для этой цели применяют скачущие и скользящие ДПФ [3].

**Скачущими** называют ДПФ с неперекрывающимися (стыкующимися) или частично перекрывающимися интервалами наблюдения с коэффициентами перекрытия 0, 0,25, 0,5, 0,75 и другими.

**Скользящее** ДПФ вычисляется по текущему  $N$ -точечному набору или вектору данных  $\{x(n - N + 1) - x(n)\}$  при значениях  $n = N - 1 + l$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots$ . Очевидно, что скачущие ДПФ являются лишь отсчетами скользящего ДПФ при значениях  $n = N - 1 + lN$  (скачущее ДПФ без перекрытия),  $n = N - 1 + lN/2$  (скачущее ДПФ с перекрытием 0,5) и т. д.

Скачущие ДПФ с коэффициентами перекрытия 0,25, 0,5 и более используются и для усреднения шумовой составляющей погрешности анализа стационарных сигналов при общем ограниченном времени наблюдения сигнала.

Канал скачущего ДПФ **эквивалентен** согласованному ЦФ, с выхода которого снимается каждый  $N$ -й или каждый  $(N/2)$ -й и т. д. отсчеты сигнала, что соответствует понижению частоты дискретизации выходного сигнала фильтра в  $N$ ,  $N/2$  и т. д. раз. При этом периодически повторяющийся с частотой дискретизации спектр выходного сигнала фильтра периодизируется

с меньшей в соответствующее число раз частотой  $f'_d = f_d/N$ ,  $f'_d = 2f_d/N, \dots$ , в результате чего происходит наложение спектров в основной полосе частот  $(0 \pm f'_d/2)$ . В эту полосу и **трансформируются** или заворачиваются все внеполосные частотные составляющие обрабатываемого сигнала. Наиболее сильно **эффект наложения** проявляется у ЦФ, эквивалентных **скачущему ДПФ без перекрытия** (с понижением частоты дискретизации в  $N$  раз). Наглядное представление о нем дает наложение в основной полосе частот  $(0 \pm f'_d/2N)$  разнесенных на  $kf'_d/N$  частотных характеристик каналов ДПФ, показанных на рис. 7.2, 7.3. Трансформация частоты  $f_i = kf'_d + \Delta f_i$   $i$ -й частотной составляющей сигнала в частоту  $f'_i$  основной полосы  $(0 \pm f'_d/2)$  осуществляется в данном случае в соответствии с соотношением:  $f'_i = \Delta f_i$ , если  $k$  – четное и  $f'_i = -\Delta f_i$ , если  $k$  – нечетное, где  $k = [f_i/f'_d]_{\text{цч. окр}} = 0, \pm 1, \dots, \pm N/2$  – целая часть отношения  $f_i/f'_d$  с округлением;  $\Delta f_i = f_i - kf'_d$ ,  $-f'_d/2 \leq \Delta f_i \leq f'_d/2$ . Кратность наложения в данном случае составляет  $N$ .

**При коэффициенте перекрытия 0,5** (коэффициенте прореживания  $N/2$ ) частота дискретизации выходного сигнала ЦФ составляет  $f'_d = 2f_d/N$ , а основная полоса частот  $(0 \pm f'_d/N)$ . Она соответствует ширине главного лепестка частотной характеристики ЦФ с прямоугольной весовой (импульсной) характеристикой, для которого периодизированные с периодом  $2f_d/N$  частотные характеристики не перекрываются на уровне главных лепестков, а их перекрытие в основной полосе частот  $(0 \pm f'_d/N)$  также характеризует эффект наложения и связанные с ним частотные преобразования. **Трансформация частот** здесь осуществляется в соответствии с теми же соотношениями, что и в предыдущем случае. Кратность наложения при этом составляет  $N/2$ .

Эффект наложения при спектральном анализе с перекрытием может быть существенно ослаблен использованием весовых функций с малым уровнем боковых лепестков. В то же время перекрытие окон (интервалов наблюдения) ведет к увеличению объема вычислений и в каждом конкретном случае должно быть обоснованным.

Что касается **скользящего ДПФ**, требующего очень большого объема вычислений, то в большинстве случаев его можно заменить гребенкой цифровых фильтров, состоящей из гребенчатого фильтра и набора комплексных цифровых резонаторов (рис. 7.5), [3, 11].



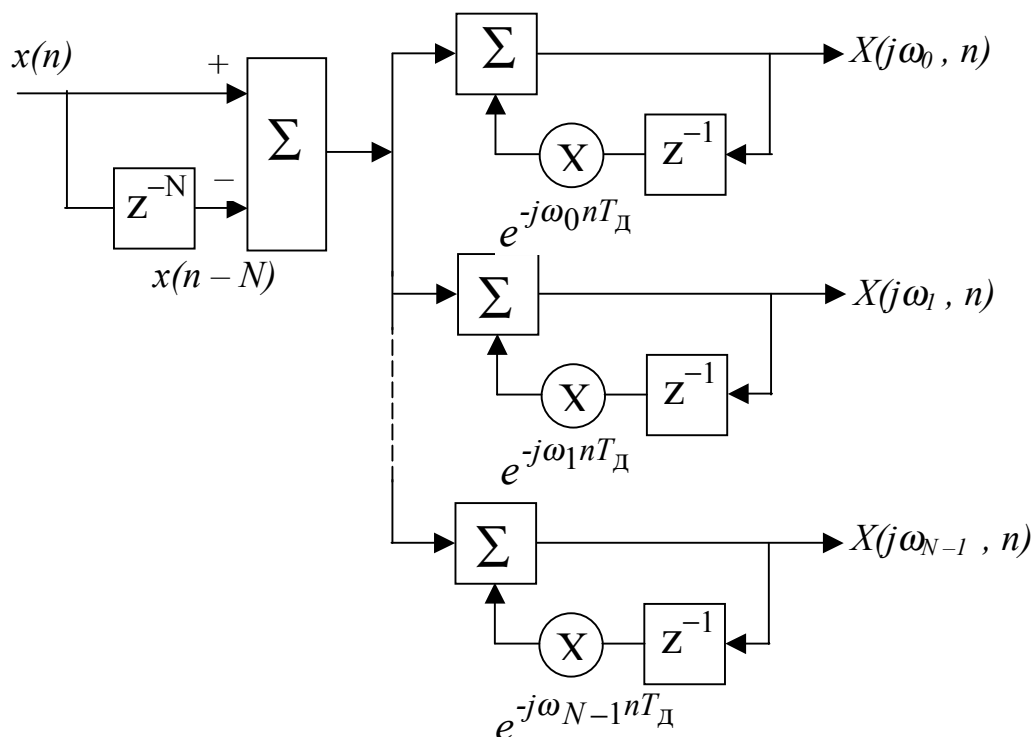


Рис. 7.5. Структура анализатора спектра на основе гребенки фильтров

Такой анализатор спектра с **прямоугольной весовой функцией** требует  $N$  комплексных операций умножения на один отсчет сигнала. Число каналов его определяется требуемой полосой анализа сигнала. Каждый канал анализатора спектра описывается следующим рекуррентным уравнением:

$$X(j\omega_k, n) = e^{-j\omega_k n T_d} X(j\omega_k, n-1) + x(n) - x(n-N).$$

## 7.8. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

**Дискретные случайные сигналы**, как и аналоговые, характеризуются законом распределения, средним значением, средним квадратом или дисперсией, автокорреляцией или автоковариацией, взаимной корреляцией (кросс-корреляцией) или взаимной ковариацией, спектральной плотностью мощности и взаимной спектральной плотностью мощности. Для рассматриваемых далее случайных процессов **стационарных в широком смысле и эргодичных** полагается, что их среднее значение является постоянным, не зависящим от времени  $nT_d$ , т. е. от номера выборки  $n$ , а автокорреляция и взаимная корреляция зависят только от разности моментов времени  $mT_d = n_2T_d - n_1T_d$ , т. е. от значения дискретной задержки  $m$ . Они определяются как математические ожидания  $E\{\cdot\}$  (**средние по ансамблю**) или как **средние по времени** (по одной реализации) соответствующих дискретных функций [2].

**Среднее значение** дискретного сигнала  $x(n)$ :

$$\bar{x} = E\{x(n)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n).$$

**Автокорреляционная функция (АКФ)** дискретного сигнала  $x(n)$ :

$$r_{xx}(m) = E\{x(n+m)x^*(n)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n+m)x^*(n).$$

**Взаимная корреляционная функция (ВКФ)** двух дискретных сигналов  $x(n)$  и  $y(n)$ :

$$r_{xy}(m) = E\{x(n+m)y^*(n)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n+m)y^*(n),$$

где символ  $*$  означает операцию комплексного сопряжения, обобщающую данные статистические характеристики на случай **комплексных дискретных сигналов**. По максимуму ВКФ находят относительное **время задержки** обрабатываемых сигналов [3, 5].

АКФ и ВКФ **центрированных случайных сигналов**  $[x(n) - \bar{x}]$  и сигналов с нулевым средним значением называют **автоковариационной**  $c_{xx}(m)$  и **взаимной ковариационной**  $c_{xy}(m)$  функциями:

$$c_{xx}(m) = E\{[x(n+m) - \bar{x}][x^*(n) - \bar{x}]\};$$

$$c_{xy}(m) = E\{[x(n+m) - \bar{x}][y^*(n) - \bar{y}^*]\}.$$

При этом  $c_{xx}(m) = r_{xx}(m) - |\bar{x}|^2$ ;  $c_{xy}(m) = r_{xy}(m) - \bar{x}\bar{y}^*$ .

АКФ  $r_{xx}(m)$  при  $m = 0$  соответствует **среднему квадрату** случайного сигнала:

$$\overline{x^2} = r_{xx}(0) = E\{x(n)x^*(n)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n)x^*(n),$$

а автоковариационная функция  $c_{xx}(m)$  — **дисперсии сигнала**:  $c_{xx}(0) = D_x = \sigma_x^2$ .

Они связаны соотношением:  $D_x = \overline{x^2} - |\bar{x}|^2$  и определяют **среднюю мощность** случайного сигнала. Средний квадрат и дисперсия являются максимальными значениями соответственно автокорреляционной и автоковариационной функций. В дальнейшем данные термины (средний квадрат — дисперсия), (автокорреляция — автоковариация) используются как синонимы.

АКФ и ВКФ обладают **свойствами симметрии** вида:  $r_{xx}(-m) = r_{xx}^*(m)$ ;  $r_{xy}(-m) = r_{xy}^*(m)$ . На рис. 7.6 показан примерный вид АКФ треугольной дискретной последовательности конечной длины  $N_l$ .

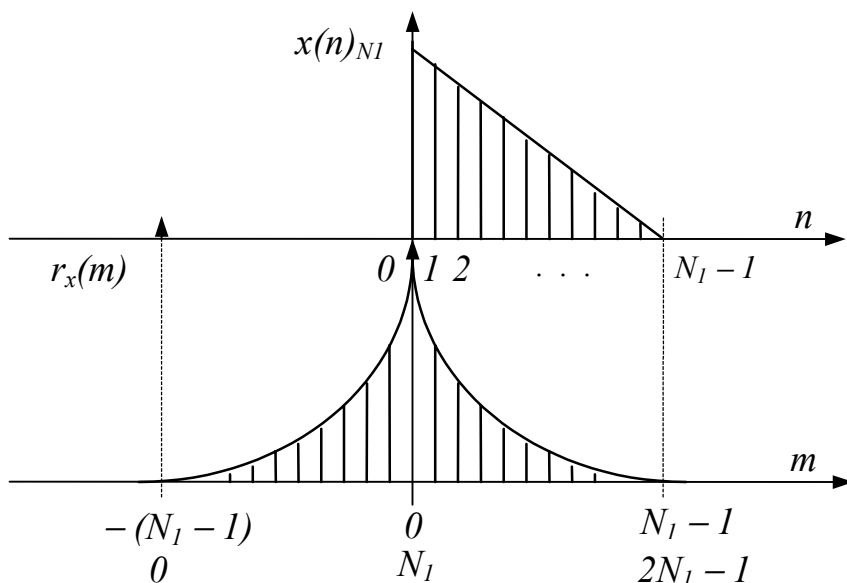


Рис. 7.6. Пример представления автокорреляционной функции дискретного сигнала

**Спектральную плотность мощности (СПМ)** случайного процесса в соответствии с **теоремой Винера–Хинчина** [1–3] определяют преобразованием Фурье АКФ (последовательности  $r_{xx}(m)$ ):

$$P_{xx}(f) = T_{\text{д}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}(m) e^{-j2\pi f m T_{\text{д}}} \quad (7.8)$$

для значений частоты  $f$ , заключенных в основной полосе частот ( $0 \pm f_{\text{д}}/2$ ). СПМ показывает, как мощность случайного процесса распределена по частоте. Так как  $r_{xx}(-m) = r_{xx}^*(m)$ , то **СПМ является строго действительной положительной функцией**. Если АКФ – действительна, то  $r_{xx}(-m) = r_{xx}(m)$  и выражение для СПМ приводится к виду:

$$P_{xx}(f) = 2T_{\text{д}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}(m) \cos(2\pi f m T_{\text{д}}).$$

При этом  $P_{xx}(f)$  обладает свойством четной симметрии:  $P_{xx}(f) = P_{xx}(-f)$ .

**АКФ случайного сигнала может быть определена по его известной СПМ с помощью обратного преобразования Фурье:**

$$r_{xx}(m) = \int_{-f_{\text{д}}/2}^{f_{\text{д}}/2} P_{xx}(f) e^{j2\pi f m T_{\text{д}}} df. \quad (7.9)$$

При  $m = 0$   $r_{xx}(0) = \int_{-f_d/2}^{f_d/2} P_{xx}(f) df$  соответствует средней мощности сигнала или его дисперсии.

Аналогичным образом вводится определение **взаимной спектральной плотности мощности (ВСПМ)** двух стационарных случайных сигналов  $x(n)$  и  $y(n)$  как преобразование Фурье их ВКФ [1, 2, 3]:

$$P_{xy}(jf) = T_d \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xy}(m) e^{-j2\pi f m T_d} . \quad (7.10)$$

Даже для действительных последовательностей  $x(n)$  и  $y(n)$  вследствие несимметрии их ВКФ ( $r_{xy}(-m) \neq r_{xy}(m)$ ) **ВСПМ является в общем случае комплексной**. В то же время она обладает свойством  $P_{xy}(jf) = P_{yx}^*(jf)$ .

Простейшим, но важным является дискретный случайный процесс типа **белый шум**  $v(n)$ . Его АКФ  $r_{vv}(m) = \sigma_v^2 u_0(m)$ , где  $u_0(m) = 1$  при  $m = 0$  и  $u_0(m) = 0$  при  $m \neq 0$  – единичный импульс. СПМ белого шума

$$P_{vv}(f) = T_d \sigma_v^2 = \sigma_v^2 / f_d = N_0 .$$

Условию эргодичности процесса отвечает следующая **эквивалентная (7.8) форма определения СПМ** [2]:

$$P_{xx}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{(2N+1)T_d} \left| T_d \sum_{n=-N}^N x(n) e^{-j2\pi f n T_d} \right|^2 \right\} = \quad (7.11)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{(2N+1)T_d} X(jf) X^*(jf) \right\} = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{(2N+1)T_d} |X(jf)|^2 \right\} .$$

Она соответствует математическому ожиданию или статистически усредненному квадрату модуля преобразования Фурье дискретной последовательности  $x(n)$ , поделенному на ее длину, стремящуюся в пределе к бесконечности. Такое определение включает **усреднение** и по времени и по ансамблю. Следует отметить, что исключение операции  $E\{\cdot\}$  – усреднения по ансамблю приводит к резкому возрастанию дисперсии такого рода оценки СПМ [2, 12].

В эквивалентном выражении для **ВСПМ** квадрат модуля  $|X(jf)|^2$  в (7.11) заменяется на произведение  $X(jf)Y^*(jf)$ .

## 7.9. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ В ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ

Если  $x(n)$  – дискретный случайный сигнал с нулевым средним значением, то сигнал на выходе линейной дискретной системы определяется дискретной временной сверткой:  $y(n) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(l)x(n-l) = x(n) * h(n)$ , где  $*$  –

символ свертки. Статистические характеристики случайного выходного сигнала  $y(n)$  связаны со статистическими характеристиками входного сигнала и импульсной характеристики дискретной системы соотношениями [2]:

$$\begin{aligned} r_{yx}(m) &= r_{xx}(m) * h(m); & r_{xy}(m) &= r_{xx}(m) * h^*(-m); \\ r_{yy}(m) &= r_{xy}(m) * h(m) = r_{xx}(m) * [h^*(-m) * h(m)] = \\ &= r_{xx}(m) * \left[ \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(l+m)h^*(l) \right]. \end{aligned} \quad (7.12)$$

В случае **вещественной импульсной характеристики  $h(n)$**

$$r_{xy}(m) = r_{xx}(m) * h(-m); \quad r_{yy}(m) = r_{xx}(m) * \left[ \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(l+m)h(l) \right].$$

Сумма в правой части последнего выражения имеет смысл АКФ импульсной характеристики системы.

Соотношения (7.12) представляются также на комплексной  $Z$ -плоскости с помощью  $Z$ -преобразований АКФ, ВКФ, импульсной характеристики  $P_{xx}(z) = Z\{r_{xx}(m)\}$ ,  $P_{xy}(z) = Z\{r_{xy}(m)\}$ ,  $P_{yy}(z) = Z\{r_{yy}(m)\}$ ,  $H(z) = Z\{h(n)\}$  и теоремы о свертке:

$$\begin{aligned} P_{yx}(z) &= P_{xx}(z)H(z); & P_{yx}(z) &= P_{xx}(z)H^*(1/z^*); \\ P_{yy}(z) &= P_{xy}(z)H(z) = P_{xx}(z)H(z)H^*(1/z^*), \end{aligned} \quad (7.13)$$

где  $H^*(1/z^*) = Z\{h^*(-m)\}$ . Для действительной импульсной характеристики  $H^*(1/z^*) = H(1/z)$ .

Заменяя в выражениях (7.13)  $z$  на  $e^{j2\pi fT_d}$  можно перейти к соответствующим соотношениям для СПМ и ВСПМ. В частности,  $P_{yy}(f) = P_{xx}(f) |H(jf)|^2$ , где  $|H(jf)|^2$  – квадрат модуля частотной характеристики дискретной системы. Вычисляя СПМ и ВСПМ входной и выходной последовательностей дискретной системы, можно определить ее **частотную характеристику**, т. е. решить задачу **идентификации объектов**.

Наиболее удобно для этого использовать тестовые сигналы типа белый шум  $v(n)$ , Z-преобразование АКФ которого  $P_{vv}(z) = \sigma_v^2$  [5, 13].

### 7.10. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Реально при спектральном и корреляционном анализе случайных сигналов вместо истинных АКФ, ВКФ, СПМ, ВСПМ используются их **статистические оценки**, получаемые по конечному набору данных или по реализациям сигнала конечной длины, а для СПМ и ВСПМ – и конечному числу усредняемых реализаций сигнала. Они определяются следующим образом [2].

#### Оценка автокорреляции (АКФ):

$$\begin{aligned}\check{r}_{xx}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} x(n+m)x^*(n), \quad 0 \leq m \leq N-1, \\ \check{r}_{xx}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x^*(n+|m|)x(n), \quad -(N-1) \leq m \leq 0.\end{aligned}\tag{7.14}$$

Данная оценка является **смещенной**, ее математическое ожидание  $E\{\check{r}_{xx}(m)\} = (1 - |m|/N) r_{xx}(m)$  (произведение истинной АКФ и треугольной весовой функцией) не равно  $r_{xx}(m)$ . В то же время она более эффективна, чем **несмещенная оценка**  $\hat{r}_{xx}(m) = N/(N - |m|) \check{r}_{xx}(m)$  [2, 12] и часто используется на практике.

$$\text{При } m = 0 \quad \check{r}_{xx}(0) = \hat{r}_{xx}(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x^*(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \check{x}_N^2$$

являются **оценкой среднего квадрата или мощности** случайного процесса.

#### Оценка взаимной корреляции (ВКФ):

$$\begin{aligned}\check{r}_{xy}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} x(n+m)y^*(n), \quad 0 \leq m \leq N-1, \\ \check{r}_{xy}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)y^*(n+|m|), \quad -(N-1) \leq m \leq 0.\end{aligned}\tag{7.15}$$

Она также является **смещенной** и связана с **несмещенной оценкой**  $\hat{r}_{xy}(m)$  соотношением:  $\check{r}_{xy}(m) = \hat{r}_{xy}(m)(N - |m|)/N$ .

При оценке авто и взаимной ковариации используется **оценка среднего значения** случайного процесса  $\hat{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)$ .

### 7.11. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Статистическими оценками СПМ и ВСПМ как преобразований Фурье АКФ и ВКФ случайных процессов являются соответственно преобразования Фурье введенных выше статистических оценок АКФ и ВКФ (7.14), (7.15), вычисляемых по реализациям сигнала конечной длины  $N$ :

$$\hat{P}_{xx}(f) = T_d \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}_{xx}(m) e^{-j2\pi f m T_d}, \quad (7.16)$$

$$\hat{P}_{xy}(jf) = T_d \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \hat{r}_{xy}(m) e^{-j2\pi f m T_d}. \quad (7.17)$$

Аналогичным образом определяются оценки СПМ (ВСПМ)  $\check{P}_{xx}(f)$ ,  $\check{P}_{xy}(jf)$  по смещенным оценкам АКФ и ВКФ  $\check{r}_{xx}(m)$ ,  $\check{r}_{xy}(m)$ . Обе оценки СПМ (ВСПМ) являются **смещенными**: их математические ожидания представляют собой свертки истинной СПМ (ВСПМ)  $P_{xx}(f)$  ( $P_{xy}(jf)$  с частотной характеристикой  $W(jf)$  весовой функции (окна)  $w(m)$ , ограничивающего длину преобразуемой АКФ (ВКФ) [2]. При несмещенной оценке АКФ (ВКФ) – это **прямоугольное окно**  $w_R(m)$  и

$$E\{\hat{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}(f) * W_R(f), \quad E\{\hat{P}_{xy}(jf)\} = P_{xy}(jf) * W_R(f),$$

при смещенной оценке АКФ (ВКФ) – это **треугольное окно**  $w_T(m)$  с частотной характеристикой  $W_T(f) = W_R^2(f/2)$  и

$$E\{\check{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}(f) * (2/N)W_R^2(f), \quad E\{\check{P}_{xy}(jf)\} = P_{xy}(jf) * (2/N)W_R^2(f),$$

где  $W_R(f) = \sin(\pi f N T_d) / \sin(\pi f T_d)$ .

**Дисперсия (погрешность) оценок СПМ (ВСПМ)**, как и оценок АКФ (ВКФ), возрастает с уменьшением длины реализации  $N_l$  и увеличением максимального вычисляемого индекса  $m_{max} = M - 1$ , где  $M \leq N_l$ , что обусловлено уменьшением эффекта усреднения. **Максимальная погрешность** оценки СПМ (ВСПМ) имеет место при  $M = N_l$ . Она соизмерима со средним значением СПМ (ВСПМ) и является практически неприемлимой [2, 12]. Обычно АКФ и ВКФ вычисляют до значений  $M \leq 0,1N_l$  [2, 12], обеспечивающих достаточную точность оценок СПМ (ВСПМ). При  $M < N_l$  пределы суммирования в (7.16), (7.17) нужно заменить на  $-(M-1) \leq m \leq (M-1)$ .

Вычисление СПМ (ВСПМ) случайных сигналов по оценкам их АКФ (ВКФ) называют **косвенным методом спектрального анализа случайных сигналов или методом коррелограмм** [2, 3].

Для уменьшения эффекта просачивания спектра через боковые лепестки неявно присутствующего прямоугольного или треугольного окна и смещения оценок СПМ (ВСПМ) в методе коррелограмм используется умножение АКФ (ВКФ) на симметричное относительно  $m = 0$  пронормированное  $(2M - 1)$ -точечное **корреляционное окно**  $\omega(m)$ ,  $\omega(0) = 1$ ,  $-(M - 1) \leq m \leq (M - 1)$ , т. е.

$$\hat{P}_{xx}(f) = T_d \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} \omega(m) \hat{r}_{xx}(m) e^{-j2\pi f m T_d}, \quad (7.18)$$

$$\hat{P}_{xy}(jf) = T_d \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} \omega(m) \hat{r}_{xy}(m) e^{-j2\pi f m T_d}. \quad (7.19)$$

В этом случае среднее значение оценок является сверткой истинной СПМ (ВСПМ) и преобразования Фурье корреляционного окна  $\Omega(f)$ :

$$E\{\hat{P}_{xx}(f)\} = P_{xx}(f) * \Omega(f); \quad E\{\hat{P}_{xy}(jf)\} = P_{xy}(jf) * \Omega(f).$$

В качестве корреляционных применяют окна, преобразования Фурье которых не имеют отрицательных значений, т. е.  $\Omega(f) > 0$  при  $-f_d/2 \leq f \leq f_d/2$ , наличие которых приведет к отрицательным значениям  $\hat{P}_{xx}(f)$ , что невозможно и необъяснимо физически. Этому условию отвечает, например, треугольное окно.

Эквивалентной форме определения СПМ случайного сигнала (7.11)

$$P_{xx}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{(2N+1)T_d} |X(jf)|^2 \right\}$$

и ВСПМ  $P_{xy}(jf) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{(2N+1)T_d} X(jf)X^*(jf) \right\}$  соответствуют

простейшие **периодограммные оценки СПМ (ВСПМ)** с опущенной операцией математического ожидания  $E\{\}$  [2]:

$$\hat{P}_{xx(\Pi)}(f) = \frac{1}{N_1 T_d} |X(jf)|^2, \quad \hat{P}_{xy(\Pi)}(jf) = \frac{1}{N_1 T_d} X(jf)Y^*(jf), \quad (7.20)$$

основанные на преобразовании Фурье последовательностей  $x(n)$ ,  $y(n)$  конечной длины  $N_1$ :  $X(jf) = T_d \sum_{n=0}^{N_1-1} x(n) e^{-j2\pi f n T_d}$ . Эти оценки

**эквивалентны** преобразованиям Фурье АКФ (ВКФ) (7.16), (7.17) при длине корреляционных последовательностей, равной длине обрабатываемых реализаций сигнала ( $M = N_1$ ) [2, 12]. Как уже отмечалось, они имеют



дисперсию, соизмеримую со средним значением СПМ (ВСПМ) и являются слишком грубыми. Все **другие периодограммные оценки СПМ (ВСПМ)** направлены на повышение их **точности (статистической устойчивости)** путем введения **усреднения** либо **соседних спектральных выборок** (периодограмма Даньелла) [2], либо **усреднения периодограмм** (оценок (7.20) СПМ (ВСПМ)), вычисляемых для **отдельных секций**, на которые разбивается обрабатываемая случайная последовательность:

$$\hat{P}_{(n)}(f) = \frac{1}{L} \sum_l \hat{P}_{(n)l}(f), \text{ где } L - \text{число секций. Эта операция подобна}$$

**усреднению по ансамблю.** При этом полагается, что соседние секции сигнала **некоррелированы** между собой, т. е. их длительность превышает время корреляции сигнала. Разделение последовательности на секции возможно без их перекрытия (**периодограмма Бартлета**) и с перекрытием и взвешиванием (умножением на весовую функцию или окно) – **периодограмма Уэлча**.

Как показано в [2, 12], периодограммные и коррелограммные оценки СПМ (ВСПМ) в математическом ожидании сходятся.

**Среднее значение периодограммы со взвешиванием определяется сверткой истинной СПМ (ВСПМ) с квадратом модуля частотной характеристики весовой функции [2]:**

$$E\{\hat{P}_{(n)}(f)\} = P_{(n)}(f) * |W(jf)|^2 / U, \quad (7.21)$$

$$\text{где } W(jf) = \sum_{n=0}^{N_1-1} w(n) e^{-j2\pi f n T_D}, \quad U = \sum_{n=0}^{N_1-1} w^2(n).$$

Это означает, что при любой весовой функции периодограммная оценка СПМ (ВСПМ) будет **неотрицательной**, в отличие от взвешенных коррелограммных оценок (7.18), (7.19), где свертка в частотной области осуществляется просто с преобразованием Фурье весовой функции.

Обратное преобразование (7.21) дает эффективную АКФ, соответствующую математическому ожиданию периодограммы:

$$E\{r_{(n)}(m)\} = r_{(n)}(m) \ddot{O}(m) / U,$$

$$\text{где } \ddot{O}(m) = w(m) * w(-m) = T_D \sum_{n=0}^{N_1-1} w(n+m) w(n) - \text{представляет АКФ окна}$$

$w(n)$  со значением  $\Phi(0) = U$ . При этом  $E\{r_{xx(n)}(0)\} = r_{xx}(0)$  – является несмещенной оценкой мощности сигнала.

Из рассмотренного следует, что **периодограмма может быть использована также для косвенного вычисления оценок АКФ (ВКФ) по реализациям сигнала большой длины с помощью ДПФ (БПФ).**

Периодограммный метод вычисления СПМ (ВСПМ) является **прямым** методом спектрального анализа случайных сигналов, выполняемым непосредственно по их отсчетам [2, 3].

### 7.12. КОРРЕЛОГРАММНЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Вычисляя с помощью (7.14), (7.15) или другим способом (см. параграфы 7.14, 7.15) автокорреляционные и взаимокорреляционные последовательности  $r_{xx}(m)$ ,  $r_{xy}(m)$  для значений задержки  $-(M-1) \leq m \leq (M-1)$ , где  $M \leq N_l$ , взвешивая их корреляционным окном  $\omega(m)$  той же длины и выполняя их ДПФ по числу точек  $N = 2M - 1$ , можно в соответствии с (7.18), (7.19) найти **коррелограммные оценки** СПМ  $P_{xx(k)}(f)$  и ВСПМ  $P_{xy(k)}(jf)$  на дискретных частотах  $f_k = kf_d/N$ :

$$\hat{P}_{xx(k)}(f_k) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} r_{xx}(m) e^{-j2\pi f_k m T_d} = 2 \sum_{m=0}^{M-1} r_{xx}(m) \cos(2\pi f_k m T_d); \quad (7.22)$$

$$\hat{P}_{xy(k)}(jf_k) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} r_{xy}(m) e^{-j2\pi f_k m T_d}, \quad (7.23)$$

$k = 0, 1, \dots, 2M - 1$  (в выражениях (7.22), (7.23) опущен размерный множитель  $T_d$ ).

Число  $N$  вычисляемых точек ДПФ может быть увеличено **добавлением** к преобразуемой последовательности  $N_0$  **нулевых отсчетов** с целью уменьшения шага дискретизации оценок СПМ (ВСПМ) по частоте ( $f_d/N$ ) или приведения  $N$  к целой степени двойки:  $N = 2M - 1 + N_0 = 2^L$ , необходимой для применения **алгоритма БПФ**.

### 7.13. ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ МЕТОДОМ ПЕРИОДОГРАММ

Рассмотренный в параграфе 7.11 метод периодограмм, являющийся прямым методом спектрального анализа случайных сигналов, реализуется путем вычисления ДПФ (БПФ)  $L$  взвешенных секций обрабатываемого сигнала и усреднения соответствующих им периодограмм.

**Исходными данными для спектрального анализа** методом периодограмм являются:

частота дискретизации сигнала  $f_d$ ;

требуемое разрешение по частоте  $\Delta f_p$ ;

общее доступное время наблюдения (регистрации) сигнала  $T_n$ .

**Спектральный анализ включает в себя следующие этапы** [2, 3, 7].

*Выбирается тип весовой функции  $w(n)$  исходя из особенностей решаемой задачи и находится необходимое время анализа или длина реализации*

(секции) сигнала  $N_1$  из условия некоррелированности соседних секций случайного сигнала и обеспечения требуемого частотного разрешения:  $\Delta f_p = \Delta F_{2l(6)} f_d / N_1$ ;  $N_1 = \Delta F_{2l(6)} f_d / \Delta f_p$ .

Выбирается способ разбиения сигнала на реализации (секции) конечной длины  $N_1$ : без перекрытия секций или с перекрытием секций (рис. 7.7). Коэффициент перекрытия  $K_{пер}$  может быть равным 0,25; 0,5; 0,75. Чаще всего используется значение  $K_{пер} = 0,5$ . Перекрытие уменьшает общее время анализа и влияние разрывов сигнала на краях секций, но несколько ухудшает точность оценок СПМ, которая также зависит от типа весовой функции.

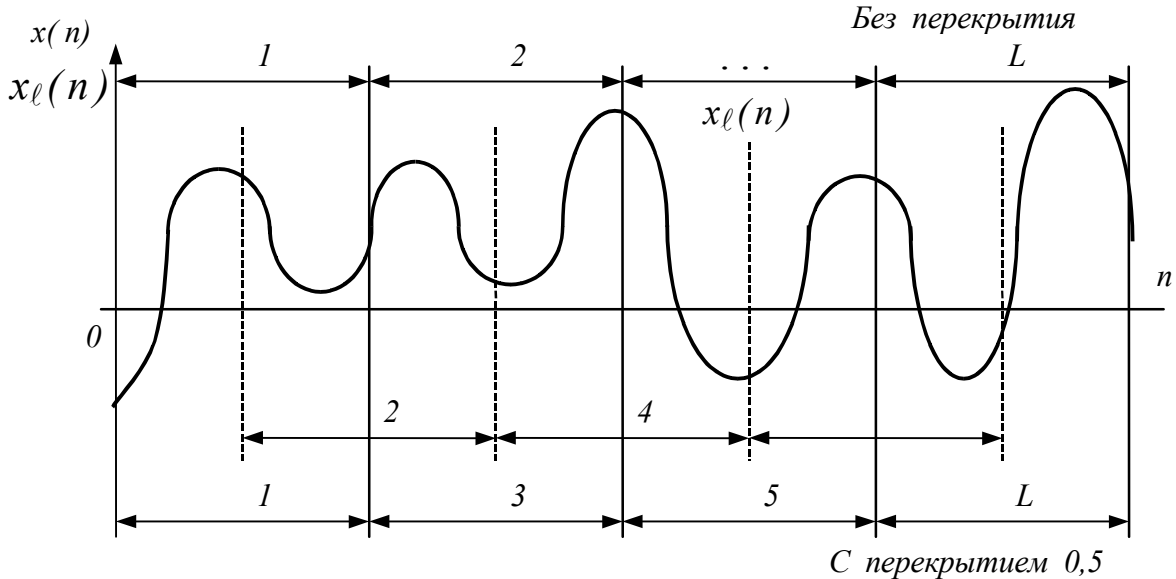


Рис. 7.7. Способы разбиения обрабатываемого сигнала на секции

Выбирается или находится число усредняемых реализаций (секций)  $L$  из следующих возможных условий:

из общего доступного времени наблюдения сигнала  $T_H$ :

$L = \{[(T_H/T_D) - K_{пер} N_1]/(N_1 - K_{пер} N_1)\}_{ц.ч.}$ , где (ц.ч.) – символ целой части отношения, заключенного в скобки;

из стационарности случайного сигнала на интервале  $T_c = L N_1 T_D$ ;

из необходимой степени  $q$  уменьшения дисперсии оценки СПМ, т. е. эффективности усреднения. При  $K_{пер} = 0$  (без перекрытия) степень уменьшения дисперсии  $q = L$ , при  $K_{пер} = 0,5$   $q = L/[1 + 2c_{(0,5)}^2(L-1)/L] < L$ , где  $c_{(0,5)}$  – коэффициент, определяемый видом весовой функции [7]:  $c_{(0,5)} = 0,5; 0,25; 0,235$  соответственно для весовых функций прямоугольной, треугольной и Хэмминга. Например, при использовании весовой функции Хэмминга,  $K_{пер} = 0,5$  и  $L=10$  степень уменьшения дисперсии составляет  $q \approx 9$ .

Расчетные соотношения для коэффициента эффективности усреднения  $q$  при  $K_{пер} = 0,75$  приводятся в [7].

Вычисляются  $N_1$ -точечные ДПФ для  $L$  реализаций сигнала  $x_\ell(n) = x[n + (\ell - 1)(1 - K_{пер})N_1]$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_1 - 1$ :

$$\hat{X}_\ell(jk) = \sum_{n=0}^{N_1-1} x_\ell(n)w(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn},$$

$$k = 0, 1, \dots, N_1 - 1; \quad \ell = 1, 2, \dots, L.$$

Вычисляются значения  $L$  периодограмм:

$$I_{x\ell}(k) = \frac{1}{U} |\hat{X}_\ell(jk)|^2,$$

где  $U = \sum_{n=0}^{N_1-1} w^2(n)$ .

Находится усредненная периодограмма или оценка СПМ:

$$\hat{P}_x(k) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L I_{x\ell}(k). \quad (7.24)$$

Номеру частотной выборки  $k$  СПМ соответствуют значения частоты  $f_k = kf_N/N_1$ .

При недостаточном разрешении по частоте реализации дополняются нулевыми отсчетами  $N_0$ , а при большой дисперсии СПМ – увеличивается число усредняемых реализаций  $L$ .

Структурная схема анализатора спектра (вычислителя СПМ) на основе метода периодограмм приведена на рис. 7.8.

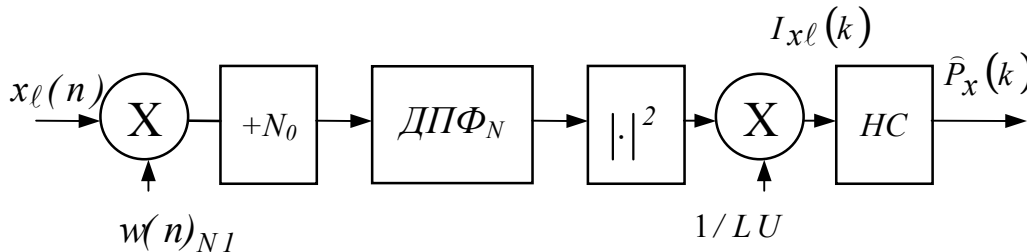


Рис. 7.8. Структурная схема анализатора СПМ случайных сигналов методом периодограмм

На схеме обозначены:  $N_1$  – длина секции (весовой функции);  $N = N_1 + N_0$  – число точек (частотных выборок) ДПФ;  $НС$  – накапливающий сумматор, осуществляющий накопление (усреднение) периодограмм  $I_\ell(k)$ .

**При вычислении ВСПМ методом периодограмм** (рис. 7.9) секционирование и взвешивание выполняется рассмотренным выше образом для обеих обрабатываемых последовательностей  $x(n)$  и  $y(n)$ . Периодограмма для ВСПМ определяется как

$$I_{xy\ell}(k) = \frac{1}{U} \text{ДПФ}_N [w(n)x_\ell(n)] \text{ДПФ}^*_N [w(n)y_\ell(n)] = \frac{1}{U} \widehat{X}_\ell(jk) \widehat{Y}_\ell^*(jk),$$

а усредненная периодограмма или оценка ВСПМ

$$\widehat{P}_{xy}(k) = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L I_{xy\ell}(k). \quad (7.25)$$

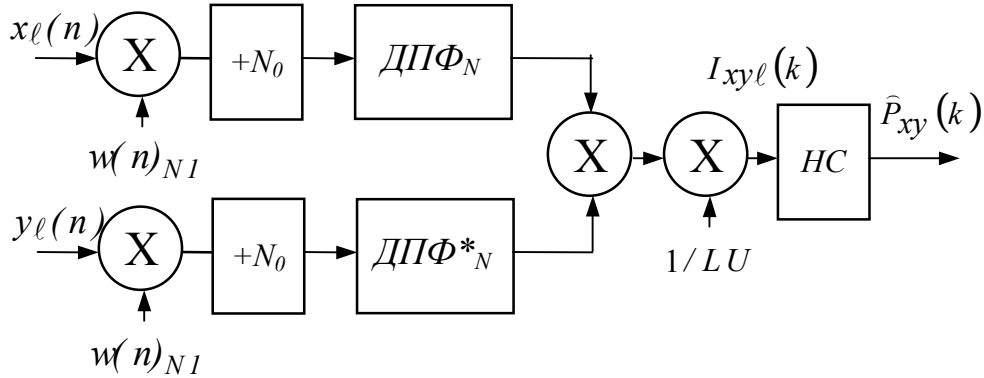


Рис. 7.9. Структурная схема анализатора ВСПМ случайных сигналов методом периодограмм

Предлагается самостоятельно сравнить объемы вычислений СПМ, ВСПМ коррелограммным методом в соответствии с (7.22), (7.23) и периодограммным с помощью (7.24), (7.25) и показать, при каком условии соответствующие процедуры являются более эффективными.

#### 7.14. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЦЕНОК АВТОКОРРЕЛЯЦИИ И ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ С ПОМОЩЬЮ ДПФ

Прямое вычисление АКФ (ВКФ) в соответствии с (7.14), (7.15) включает  $(N - |m| - 1)$  операций сложения и умножения на каждый из  $(2M - 1)$  вычисляемых отсчетов автокорреляционной  $r_{xx}(m)$  или взаимокорреляционной  $r_{xy}(m)$  последовательностей, где  $M \leq N$  – максимальное по модулю значение (число дискретов) задержки. При больших значениях  $M$  и  $N$  требуемый для корреляционного анализа сигнала на основе (7.14), (7.15) объем обработки может быть очень большим.

Применение ДПФ для вычисления оценок АКФ и ВКФ по реализациям сигнала конечной длины  $N_1$  основывается на связи между корреляцией и сверткой. Так, корреляционную сумму  $\sum_{n=0}^{N_1-m-1} x(n+m)x^*(n)$  можно представить линейной сверткой двух последовательностей  $x(n)$  и  $x^*(-n)$  (сигнала с его зеркальным комплексно-сопряженным отражением):

$$\sum_{n=0}^{N_1-m-1} x(n+m)x^*(n) = x(n) * x^*(-n) = \sum_{n=0}^{N_1-m-1} x^*(n)x(m-(-n)).$$

Аналогичное соотношение справедливо и для ВКФ:

$$\sum_{n=0}^{N_1-m-1} x(n+m)y^*(n) = x(-n) * y^*(n).$$

Линейной свертке двух  $N_1$ -точечных последовательностей во временной области соответствует произведение их ДПФ в частотной области:  $\text{ДПФ}[x(n)] = X(jfk)$ ,  $\text{ДПФ}[x^*(-n)] = X^*(jfk)$ , вычисляемых на дискретных частотах  $f_k = kf_d/N$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$  по числу точек  $N$ , равному в общем случае  $(2N_1 - 1)$ :

$$\text{ДПФ}_N[r_{xx}(m)] = R_{xx}(f_k) = \frac{1}{N_1} X(jfk)X^*(jfk) = \frac{1}{N_1} |\text{ДПФ}_N[x(n)]|^2; \quad (7.25)$$

$$\begin{aligned} \text{ДПФ}_N[r_{xy}(m)] &= R_{xy}(jfk) = \frac{1}{N_1} X(jfk)Y^*(jfk) = \\ &= \frac{1}{N_1} \text{ДПФ}_N[x(n)]\text{ДПФ}_N^*[y(n)]. \end{aligned} \quad (7.26)$$

При этом к каждой из последовательностей  $x(n)$ ,  $y(n)$  добавляется  $N_0 = N_1$  (или более) нулевых отсчетов.

Искомые оценки АКФ и ВКФ получаются обратным дискретным преобразованием Фурье (ОДПФ) полученных в соответствии с (7.25), (7.26) дискретных последовательностей  $R_{xx}(f_k)$ ,  $R_{xy}(jfk)$ :

$$\hat{r}_{xx}(m) = \frac{1}{N_1} \text{ОДПФ}_N \left\{ \text{ДПФ}_N[x(n)]^2 \right\} = \frac{1}{N_1 N} \sum_{k=0}^{N-1} R_{xx}(f_k) e^{j2\pi f_k m T_d}; \quad (7.27)$$

$$\begin{aligned} \hat{r}_{xy}(m) &= \frac{1}{N_1} \text{ОДПФ}_N \left\{ \text{ДПФ}_N[x(n)]\text{ДПФ}_N^*[y(n)] \right\} = \\ &= \frac{1}{N_1 N} \sum_{k=0}^{N-1} R_{xy}(jfk) e^{j2\pi f_k m T_d}. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Для повышения точности оценок АКФ, ВКФ число их отсчетов  $M$ , т. е. максимальный номер индекса  $m_{max} = (M - 1)$  выбирают обычно намного меньше длины реализации  $N_1$ :  $M \ll N_1$ , например,  $M \approx 0,1 N_1$  [2]. С учетом этого минимально необходимое для вычисления ДПФ, ОДПФ число точек  $N$  составит  $N = N_1 + M - 1$ , число добавляемых к  $x(n)$ ,  $y(n)$  нулевых отсчетов  $N_0 = M$ , а пределы изменения индекса  $m$  получаемых оценок  $r_{xx}(m)$ ,  $r_{xy}(m)$  —  $m = 0, 1, \dots, (2M - 1)$  или  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm(M - 1)$ .

Рассмотренный алгоритм вычисления АКФ, ВКФ применим для относительно коротких последовательностей  $N = (N_1 + M - 1) = (2^{l_0} - 2^{l_2})$  в

виду трудоемкости расчета ДПФ (БПФ) по большому числу точек. Соответствующие ему структурные схемы вычислителей АКФ и ВКФ для коротких последовательностей приведены на рис. 7.10.

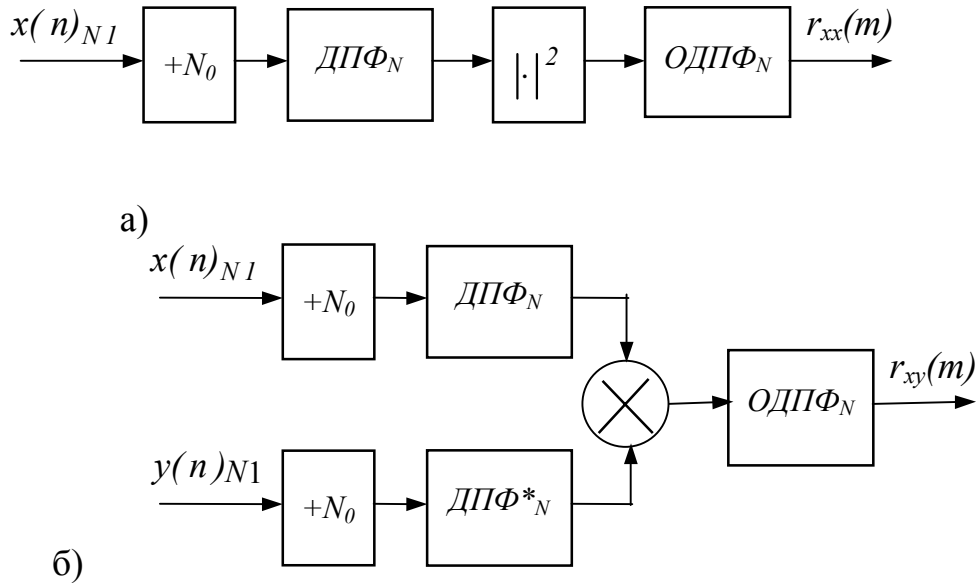


Рис. 7.10. Структурные схемы вычислителей АКФ (а) и ВКФ (б) с помощью ДПФ

Предлагается самостоятельно сравнить объемы вычислений АКФ, ВКФ во временной области в соответствии с (7.14), (7.15) и в частотной области с помощью (7.27), (7.28) и показать, при каком условии (соотношении  $N_1$  и  $M$ ) процедуры (7.27), (7.28) являются более эффективными.

### 7.15. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЦЕНОК АВТОКОРРЕЛЯЦИИ И ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПЕРИОДОГРАММ

По оценкам (7.24), (7.25) СПМ, ВСПМ  $\hat{P}_{xx(\Pi)}(f_k)$ ,  $\hat{P}_{xy(\Pi)}(jf_k)$ , вычисленным методом периодограмм, можно косвенно определить также и оценки АКФ, ВКФ, связанные с СПМ (ВСПМ) обратным преобразованием Фурье ((7.9) для СПМ). Так как периодограммные оценки СПМ (ВСПМ) получаются с помощью ДПФ (БПФ), т. е. на конечном множестве дискретных частот  $f_k = kf_d/N$ ,  $k = 0, 1, \dots, (N-1)$ , то вычисление АКФ (ВКФ) по ним осуществляется с помощью ОДПФ:

$$\begin{aligned}\hat{r}_{xx(\Pi)}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{P}_{xx(\Pi)}(f_k) e^{j2\pi f_k m T_D} = \\ &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{(N-1)/2} \hat{P}_{xx(\Pi)}(f_k) \cos(2\pi f_k m T_D),\end{aligned}\quad (7.29)$$

$$m = 0, 1, \dots, M-1; \quad \hat{r}_{xx(\Pi)}(-m) = \hat{r}_{xx(\Pi)}(m); \quad M \leq N;$$

$$\hat{r}_{xy(\Pi)}(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{P}_{xy(\Pi)}(jf_k) e^{j2\pi f_k m T_D}, \quad (7.30)$$

$$m = 0, 1, \dots, N-1 \quad \text{или} \quad m = 0, \pm 1, \dots, \pm(M-1); \quad M \leq N.$$

Периодограммный метод оценки АКФ, ВКФ эффективен при анализе длинных дискретных случайных последовательностей [3, 12].

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы основные задачи и применения цифрового спектрально-корреляционного анализа?
2. В чем заключается особенность анализа спектра сигналов на основе ДПФ?
3. Каковы основные параметры анализаторов спектра на основе ДПФ?
4. Что понимается под разрешающей способностью анализатора спектра?
5. Какова базовая структура анализатора спектра на основе ДПФ и его математическое обеспечение?
6. Какие виды спектров могут быть измерены с помощью ДПФ?
7. Что такое частоты анализа или бины ДПФ?
8. Что понимается под частотной характеристикой  $k$ -го канала анализатора спектра на основе ДПФ и полной частотной характеристикой анализатора спектра, как они связаны с весовой функцией?
9. Какой вид имеет общая частотная характеристика и частотная характеристика  $k$ -го канала анализатора спектра с прямоугольной весовой функцией?
10. Как откликаются каналы анализатора спектра на комплексный и вещественный гармонические сигналы произвольной частоты?
11. Что понимается под явлением размытия или просачивания спектра при спектральном анализе?
12. Какова роль весовых функций при спектральном анализе и какие их параметры при этом учитываются?
13. Каковы особенности спектрального анализа и оценивания параметров комплексных и вещественных периодических сигналов с когерентной и некогерентной выборкой?



14. Как найти значения частоты периодического сигнала по его спектру на основе ДПФ?
15. Как можно повысить точность и разрешающую способность анализатора спектра периодических сигналов?
16. Как определяются скачущее и скользящее ДПФ?
17. Каковы основные статистические характеристики дискретных случайных сигналов?
18. Как определяются АКФ и ВКФ дискретного случайного сигнала?
19. Как определяется СПМ и ВСПМ дискретного случайного сигнала?
20. Как преобразуются характеристики случайных сигналов в линейных дискретных системах?
21. Как осуществляется идентификация объектов методами спектрального анализа дискретных случайных сигналов?
22. Каковы статистические оценки АКФ и ВКФ дискретных случайных сигналов?
23. Каковы статистические оценки СПМ и ВСПМ дискретных случайных сигналов?
24. В чем заключается коррелограммный метод оценки СПМ (ВСПМ)?
25. Как обеспечивается необходимая точность и частотное разрешение в методе коррелограмм?
26. В чем заключается периодограммный метод оценки СПМ (ВСПМ)?
27. Как обеспечивается необходимая точность и частотное разрешение в методе периодограмм?
28. Как определяется требуемый объем вычислений СПМ (ВСПМ) методом периодограмм?
29. Как обеспечивается применение БПФ для вычисления СПМ (ВСПМ) методами периодограмм и коррелограмм?
30. Как осуществляется прямое вычисление АКФ и ВКФ дискретных случайных сигналов?
31. Как вычисляются оценки АКФ (ВКФ) с помощью ДПФ (БПФ) и какова сравнительная эффективность такого вычисления?
32. Как вычисляются оценки АКФ (ВКФ) длинных последовательностей с помощью периодограмм и какова эффективность такого вычисления?
33. Какова роль весовых функций при спектрально-корреляционном анализе дискретных случайных сигналов?

## 8. АЛГОРИТМЫ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

### 8.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ БПФ

Алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ) – это способы быстрого вычисления ДПФ, устраняющие свойственную ДПФ вычислительную избыточность. Они были впервые предложены в 1965 году американцами Кули и Тьюки и относятся к базовым алгоритмам ЦОС в частотной области. Алгоритмы основываются на **свойствах комплексной экспоненты**  $e^{-j(2\pi/N)kn} = W_N^{kn}$ : ее **симметрии**  $W_N^{kn} = W_N^{-(N-k)n} = W_N^{-(N-n)k}$  и **периодичности**  $W_N^{kn} = W_N^{(k+lN)(n+mN)}$  с периодом, равным длине обрабатываемой реализации сигнала  $N$  (числу точек БПФ). С учетом последнего свойства экспоненте  $W_N^{pkn} = W_{N/p}^{kn}$  соответствует период  $N/p$ , где  $p$  – целые числа, на которые делится  $N$ . Использование данных свойств в алгоритмах БПФ исключает большое число повторяющихся при вычислении ДПФ операций.

Общий принцип БПФ заключается в разбиении ДПФ исходной последовательности на ДПФ подпоследовательностей меньшей длины, вплоть до минимально возможной (равной основанию БПФ), через которые и вычисляется ДПФ исходной последовательности.

Разбиение означает **прореживание** последовательностей во временной или в частотной области. В связи с этим различают **БПФ с прореживанием по времени** и **БПФ с прореживанием по частоте**.

В отличие от ДПФ, БПФ может вычисляться только по определенному числу точек  $N$ , соответствующему целой степени его **основания**  $m$ :  $N = m^L$ , где  $L$  – это число **этапов прореживания**:  $L = \log_m N$ . К наиболее используемым относятся БПФ по основаниям  $m = 2, 4, 8$ , но чаще всего применяют БПФ по **основанию 2**.

Как показано в [40], главе 5, с помощью БПФ вычисляется также и обратное ДПФ (ОДПФ).

### 8.2. АЛГОРИТМ БПФ С ПРОРЕЖИВАНИЕМ ПО ВРЕМЕНИ ПО ОСНОВАНИЮ 2

Пусть задана последовательность  $x(n)_N$  конечной длины  $N$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ .

Нужно найти ее ДПФ:  $X(jk) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn}$  для  $k = 0, 1, \dots, N-1$  (номера

бинов ДПФ) с минимальным объемом вычислений.

Решение этой задачи в данном алгоритме БПФ находится следующим образом.

Исходную последовательность  $x(n)$  длиной  $N$  разобьем на 2 подпоследовательности длиной  $N/2$  – **четную** (включающую отсчеты  $x(n)$  с четными индексами  $n$ :  $x_1(n) = x(2n)$  и **нечетную**:  $x_2(n) = x(2n + 1)$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N/2) - 1$ . Это соответствует первому прореживанию сигнала по времени (рис. 8.1).

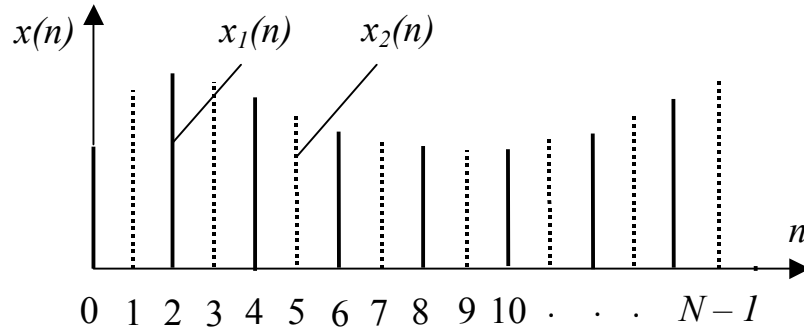


Рис. 8.1. Иллюстрация прореживания сигнала по времени

Обозначим их ДПФ как  $X_1(jk)_{N/2}$  и  $X_2(jk)_{N/2}$ . Выразим ДПФ исходной последовательности  $x(n)_N$  через ДПФ подпоследовательностей  $x_1(n)_{N/2}$ ,  $x_2(n)_{N/2}$ :

$$X(jk) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}k} = X_1(jk) + W_N^k X_2(jk), \quad (8.1)$$

$$k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1.$$

Это первые  $N/2$  частотных выборок ДПФ.

Вторую половину частотных выборок  $X(jk)$  для  $k = (N/2), \dots, (N - 1)$  найдем с учетом свойства периодичности:

$$X\left[j\left(k + \frac{N}{2}\right)\right] = X_1(jk) + W_N^{(k+N/2)} \cdot X_2(jk) = X_1(jk) - W_N^k X_2(jk), \quad (8.2)$$

$$k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1.$$

Выражения (8.1), (8.2) определяет **базовую операцию БПФ** (операцию объединения):

$$X(jk) = X_1(jk) + W_N^k \cdot X_2(jk);$$

$$X\left[j\left(k + \left(\frac{N}{2}\right)\right)\right] = X_1(jk) - W_N^k \cdot X_2(jk), \quad (8.3)$$

$$k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1.$$

Входящий в (8.3) **множитель**  $W_N^k$ , равный по модулю единице, называют **поворачивающим**. Вычисления в соответствии с (8.3) включают одно комплексное умножение и пару сложения–вычитания.

Базовую операцию представляют графически с помощью **сигнального графа** (бабочки БПФ), рис. 8.2.

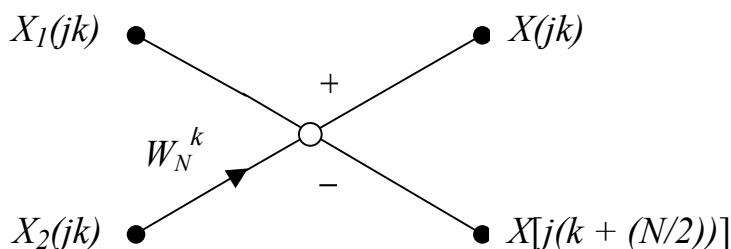


Рис. 8.2. Сигнальный граф базовой операции БПФ

На нем символ  $\otimes$  означает операцию сложения (верхний выход) и вычитания (нижний выход), а стрелка  $\rightarrow$  соответствует умножению на поворачивающий множитель  $W_N^k$ .

**Сигнальный граф алгоритма БПФ** получается в виде совокупности графов базовых операций. Для первого этапа прореживания он показан на рис. 8.3 для случая  $N = 8$ .

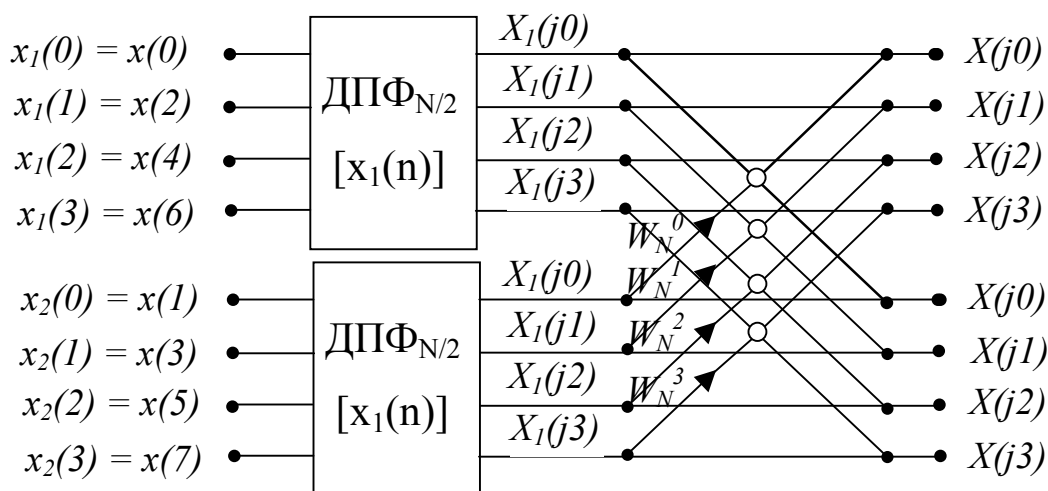


Рис. 8.3. Сигнальный граф БПФ для первого этапа прореживания

Оценим требуемый объем вычислений в соответствии с данным графом по числу операций умножения:

$$\text{для ДПФ } K_{\text{умн.ДПФ}} = N^2; \text{ для БПФ } K_{\text{умн.БПФ}} = 2(N/2)^2 + N/2 = N^2/2 + N/2.$$

Как видим, в результате однократного прореживания объем вычислений уменьшился примерно в 2 раза.

Дальше каждую из последовательностей  $x_1(n)$  и  $x_2(n)$  можно разбить еще на две подпоследовательности вдвое меньшей длины:  $x_{11}(n)$ ,  $x_{12}(n)$  и  $x_{21}(n)$ ,  $x_{22}(n)$  (четную и нечетную) и повторить вышеприведенные операции объединения их ДПФ с помощью базовых операций. Такое прореживание

выполняем  $L$  раз до получения  $N/2$  **двухточечных последовательностей**  $x_l(0)$ ,  $x_l(1)$ , ДПФ которых вычисляется тривиально:  $X_l(j0) = x_l(0) + W_2^0 x_l(1)$ ,  $X_l(j1) = x_l(0) - W_2^0 x_l(1)$ . В результате получаем **полный граф БПФ**, показанный на рис. 8.4 для  $N = 8$ .

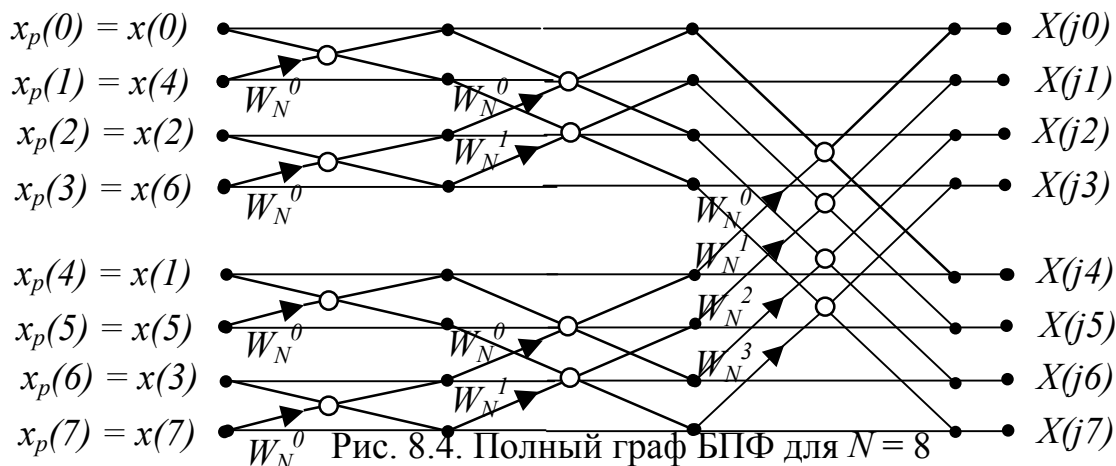


Рис. 8.4. Полный граф БПФ для  $N = 8$

В соответствии с графом на каждом из  $L$  **этапов вычисления–объединения** ДПФ выполняются  $N/2$  базовых операций, а **общий объем вычислений** для комплексных операций умножения и сложения–вычитания составляет:

$$K_{\text{умн.БПФ}} = \frac{N}{2} L = \frac{N}{2} \log_2 N, \quad K_{\text{слож.БПФ}} = NL = N \log_2 N. \quad (8.4)$$

Число операций с **вещественными числами** в 4 раза больше для умножения и в 2 раза больше для сложения–вычитания. Выигрыш БПФ относительно ДПФ по числу операций умножения  $K_{\text{умн.ДПФ}}/K_{\text{умн.БПФ}} = 2N/\log_2 N$ . Так, при  $N = 2^{10} = 1024$   $K_{\text{умн.БПФ}} = 5120$ ,  $K_{\text{умн.ДПФ}} \approx 10^6$ , выигрыш равен 204,8.

Выделенные на рис. 8.4 узловые точки графа соответствуют **ячейкам оперативной сигнальной памяти**. Так как вычисления выполняются поэтапно, то возможно **замещение** ячеек памяти, определяющее **общую требуемую сигнальную память в объеме**, равном  $2N$  ячеек для  $N$  комплексных чисел (их реальной и мнимой части). При этом используемые ячейки памяти на входе графа с  $N$  отсчетами входного сигнала  $x(n)$  (в общем случае комплексного) замещаются в конечном итоге  $N$  комплексными частотными выборками БПФ  $X(jk)$ .

Особенностью алгоритма БПФ с прореживанием по времени является требуемый им **неестественный порядок отсчетов входного сигнала**, обусловленный его многократными разбиениями на четные и нечетные подпоследовательности ( $n = 0, 4, 2, 6, 1, 5, 3, 7$  для  $N = 8$ ). Такой порядок следования называют **двоично-инверсным**. Это приводит к необходимости предварительной **перестановки отсчетов** исходной последовательности до начала вычислений. Для этого естественные номера отсчетов последовательности  $x(n)$  представляются в  $L$ -разрядном двоичном коде, коды эти прочитываются в обратном порядке, т. е. справа налево и преобразуются

затем снова в десятичную форму, соответствующую номеру отсчета переставленной последовательности  $x(p)$ .

Например, для графа рис. 8.4 отсчету  $n_{(10)} = 4$  исходной последовательности  $x(n)$  в десятичной системе соответствуют двоичный код  $n_{(2)} = 100$ , двоично-инверсный (перевернутый) код  $n_{\text{дв.инв.}} = 001$  и десятичный номер  $p = 1$  отсчета переставленной последовательности  $x(p)$ .

### 8.3. ГРАФ-СХЕМА АЛГОРИТМА ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ БПФ С ПРОРЕЖИВАНИЕМ ПО ВРЕМЕНИ ПО ОСНОВАНИЮ 2

Этапы вычисления–объединения ДПФ в соответствии с сигнальным графом рис. 8.4 следуют в порядке, обратном этапам прореживания сигнала, выполняемым при выводе алгоритма БПФ. На первом этапе вычисляются  $N/2$  двухточечных ДПФ, каждому из которых соответствует одна базовая операция БПФ, на втором путем их попарного объединения с помощью двух базовых операций вычисляются  $N/4$  четырехточечных ДПФ и т. д., на  $L$ -м этапе два  $(N/2)$ -точечных ДПФ с помощью  $N/2$  базовых операций объединяются в  $N$ -точечное ДПФ исходной последовательности. С учетом указанной закономерности процесс программного вычисления БПФ можно разбить на **три вложенных цикла** (в порядке их вложения):

по номеру этапа вычисления – объединения ДПФ  $i = 1, 2, \dots, L$  (внешний);

по номеру вычисляемого ДПФ на  $i$ -м этапе  $l = 1, 2, \dots, 2^{L-i}$ ;

по номеру базовой операции вычисляемого ДПФ  $m = 1, 2, \dots, 2^{i-1}$ .

Значения поворачивающих множителей для базовой операции на  $i$ -ом этапе определяются обобщенным выражением  $W_{N/2^{L-i}}^k$ ,  $k = 0, 1, \dots, (N/(2^{L-i+1}) - 1)$ .

В результате получается граф-схема алгоритма программной реализации БПФ, представленная на рис. 8.5. Она включает описание (объявление) используемых переменных, ввод  $N$  отсчетов обрабатываемой последовательности (вектора)  $x(n)$  (программная переменная  $X(n)$ ), перестановку отсчетов в соответствии с правилом двоичной инверсии и формирование переставленной последовательности  $x(p)$ .

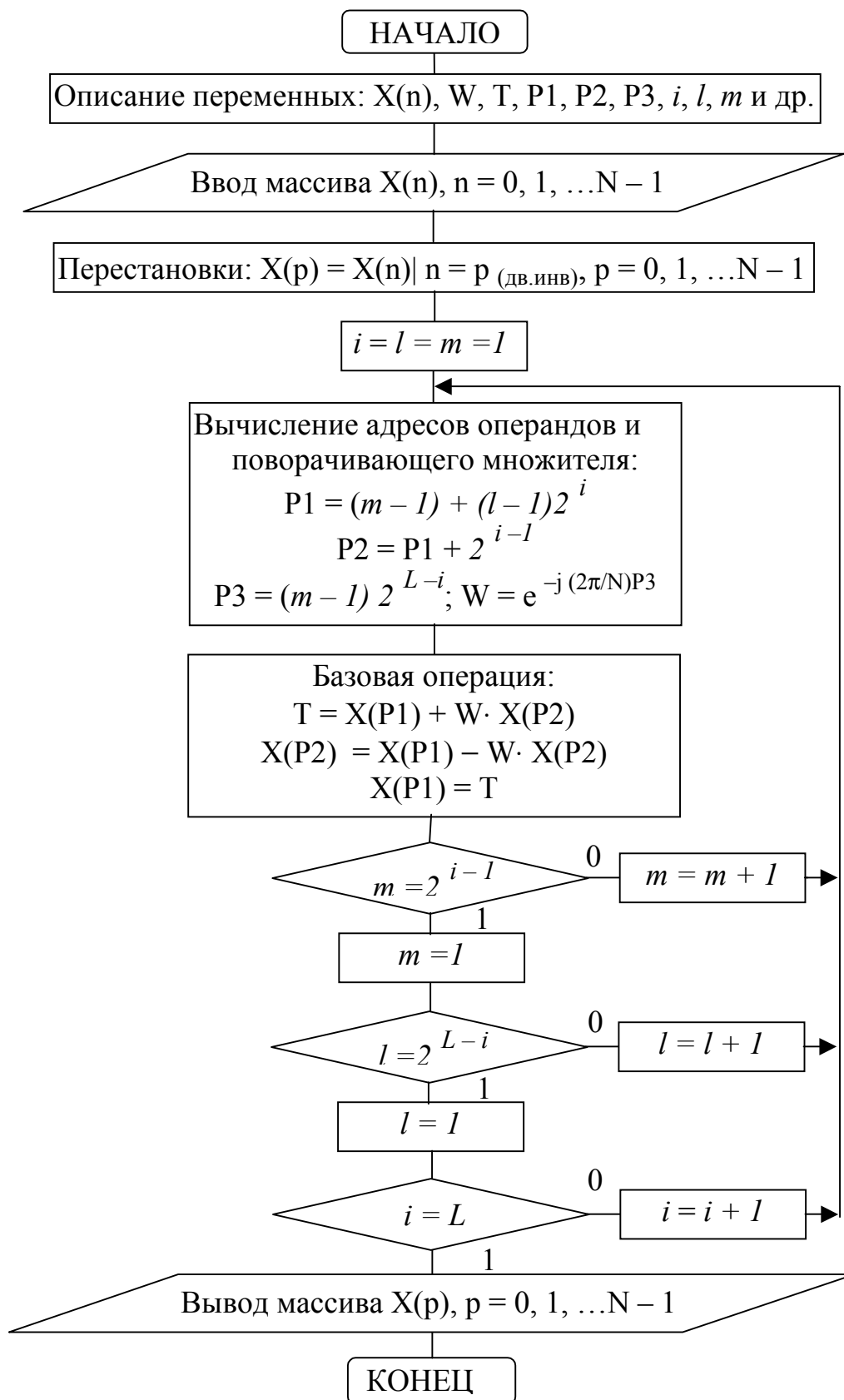


Рис. 8.5. Граф-схема алгоритма программной реализации БПФ с прореживанием по времени по основанию 2

Затем вычисляются адреса операндов  $P1$ ,  $P2$  и значения аргумента  $P3$  и поворачивающего множителя  $W^{P3} = e^{-j(2\pi/N)P3}$  для базовой операции. Аргумент  $P3$  может быть также адресом **предварительно** вычисленного массива поворачивающих множителей  $W_N^k = e^{-j(2\pi/N)k}$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ . Далее выполняются базовая операция БПФ, замещение памяти, проверка и модификация параметров циклов и их повторение. Формирование переставленной последовательности  $x(p)$  осуществляется в соответствии с граф-схемой алгоритма перестановок (двоичной инверсии) рис. 8.6.

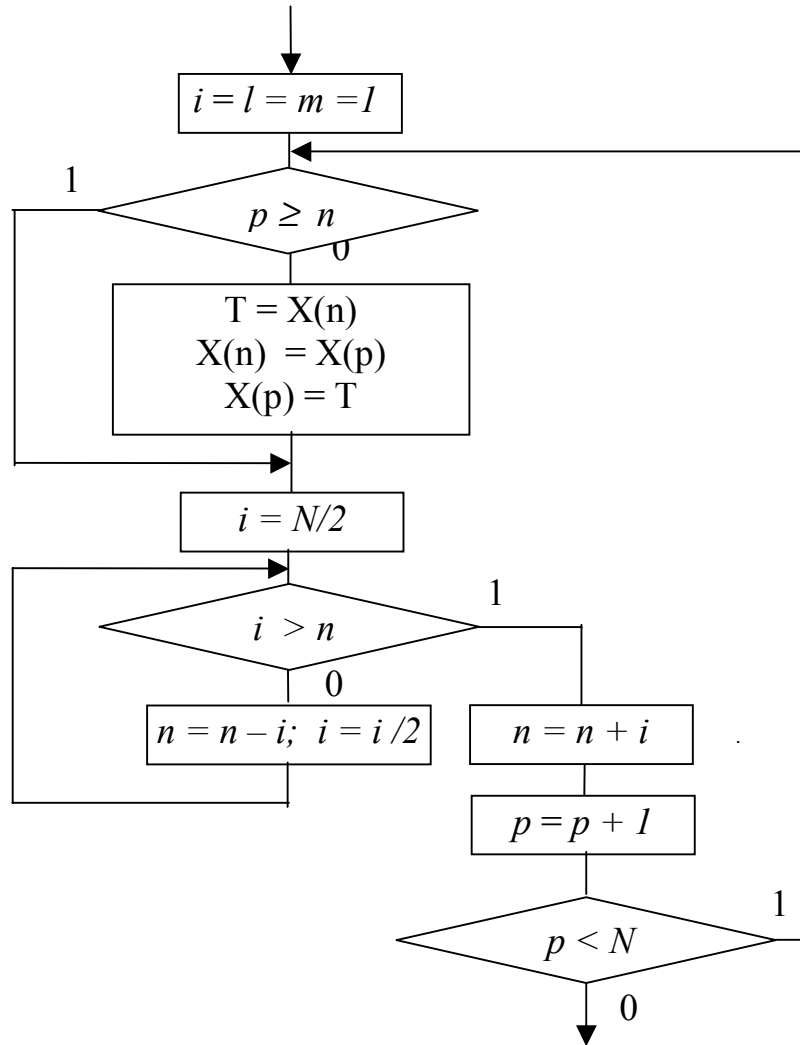


Рис. 8.6. Граф-схема алгоритма перестановок (двоичной инверсии)



#### 8.4. АЛГОРИТМ БПФ ПО ОСНОВАНИЮ 2 С ПРОРЕЖИВАНИЕМ ПО ЧАСТОТЕ И ГРАФ-СХЕМА ЕГО ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Рассмотрим кратко, как осуществляют прореживание в данном алгоритме БПФ и определяют его базовую операцию. Для этого входную последовательность  $x(n)$  представляют в виде двух подпоследовательностей:

$$x_1(n) = x(n) \text{ и } x_2(n) = x(n + (N/2)), \quad n = 0, 1, \dots, (N/2) - 1,$$

т. е. в виде ее **первой  $x_1(n)$  и второй  $x_2(n)$  половин** и выражают через них ДПФ исходной последовательности:

$$X(jk) = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_1(n)W_N^{kn} + \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_2(n)W_N^{k(n+(N/2))},$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Далее выполняют **прореживание** ДПФ-последовательности  $X(jk)$  путем разбиения ее на две  $(N/2)$ -точечные ДПФ-подпоследовательности  $X(j2k)$ ,  $X(j(2k+1))$ , соответствующие частотным выборкам с четными и нечетными номерами  $k$ :

$$X(j2k) = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_1(n)W_{N/2}^{kn} + \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_2(n)W_{N/2}^{kn} =$$

$$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} [x_1(n) + x_2(n)]W_{N/2}^{kn} = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} f_1(n)W_{N/2}^{kn},$$

$$X(j(2k+1)) = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_1(n)W_{N/2}^{kn}W_N^n + \sum_{n=0}^{(N/2)-1} x_2(n)W_{N/2}^{kn}W_N^nW_N^{(2k+1)N/2} =$$

$$= \sum_{n=0}^{(N/2)-1} [x_1(n) - x_2(n)]W_N^nW_{N/2}^{kn} = \sum_{n=0}^{(N/2)-1} g_1(n)W_{N/2}^{kn},$$

$$k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1.$$

В результате ДПФ исходной последовательности выражается через ДПФ некоторых  $N/2$ -точечных последовательностей  $f_1(n)$ ,  $g_1(n)$ , определяемых следующим образом:

$$f_1(n) = x_1(n) + x_2(n),$$

$$g_1(n) = [x_1(n) - x_2(n)]W_N^n,$$

$$n = 0, 1, \dots, (N/2) - 1.$$
(8.5)

Выражения (8.5) и соответствуют **базовой операции** данного алгоритма, представляемой графически зеркально отраженным сигнальным графом БПФ с прореживанием по времени (рис. 8.2).

Из последовательностей  $f_1(n)$  и  $g_1(n)$  по тому же правилу можно снова сформировать по две  $(N/4)$ -точечные последовательности, ДПФ которых также в совокупности образуют ДПФ исходной последовательности  $x(n)$ . В результате на  $L$ -м этапе прореживания получается  $(N/2)$  двухточечных последовательностей, ДПФ которых вычисляется в соответствии с базовой операцией (8.5) и образуют вместе ДПФ исходной последовательности  $X(jk)$ . Однако из-за прореживаний в частотной области порядок следования частотных выборок ДПФ оказывается при этом **неестественным** – двоично-инверсным, требующим по завершении вычисления дополнительных перестановок. Они выполняются также, как и перестановки входной последовательности  $x(n)$  перед вычислением БПФ с прореживанием по времени. Входная же последовательность здесь имеет естественный порядок следования. Это является полезной в ряде случаев **отличительной особенностью** данного алгоритма.

Полный **сигнальный граф БПФ** с прореживанием по частоте является зеркальным отображением сигнального графа БПФ с прореживанием по времени (рис. 8.3 для  $N = 8$ ).

Оба алгоритм БПФ имеют **одинаковую вычислительную эффективность**, определяемую (8.4). Присущие им особенности позволяют совместно и эффективно использовать их при реализации описанных в главе 5 нерекурсивных цифровых фильтров на основе ДПФ (БПФ) (рис. 8. 7).

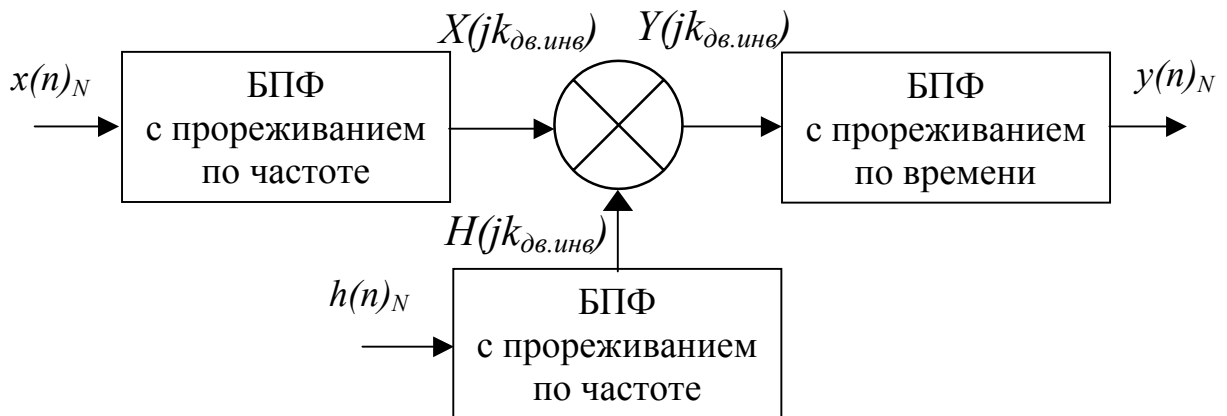


Рис. 8.7. Структура нерекурсивного фильтра на основе БПФ с прореживанием по времени и по частоте

С помощью БПФ с прореживанием по частоте, не требующего перестановок на входе, вычисляются ДПФ входной последовательности  $x(n)$  и импульсной характеристики  $h(n)$ , а с помощью БПФ с прореживанием по времени вычисляется ОДПФ их произведения  $Y(jk)$ , имеющего необходимый для данного алгоритма двоично-инверсный порядок отсчетов. Выходные отсчеты

ОДПФ при этом получаются в естественном порядке, в результате чего полностью исключается необходимость перестановок отсчетов и частотных выборок в процессе обработки.

Граф-схема алгоритма программной реализации БПФ с прореживанием по частоте получается с учетом свойственных ему закономерностей и представлена на рис. 8.8. При необходимости выполнения перестановок выходной последовательности  $X(jk)$  можно воспользоваться граф-схемой алгоритма перестановок рис. 8.6.

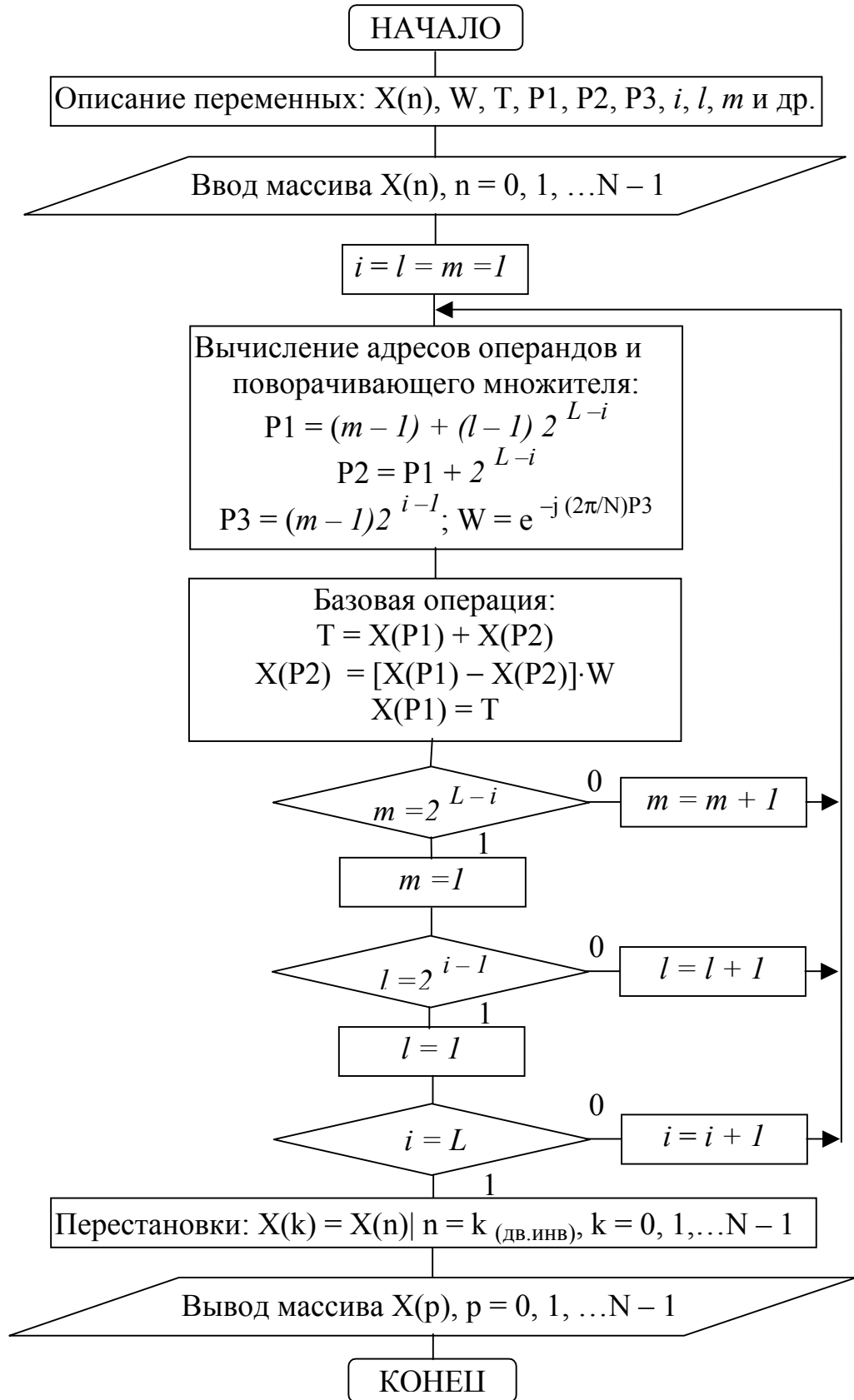


Рис. 8.8. Граф-схема алгоритма программной реализации БПФ с прореживанием по частоте

## 8.5. МАСШТАБИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ БПФ

В ряде случаев вычисление БПФ включает также масштабирование сигнала. **Условие масштабирования** определяется предельным соотношением:

$$|X(jk)| \leq m \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)| \leq 1. \text{ При } |x(n)|_{\max} = 1 \text{ ему соответствует значение}$$

масштабного множителя  $m = 1/N$ . Масштабирование необходимо, например, при спектральных измерениях, при вычислениях с фиксированной точкой. Наиболее простым и эффективным является масштабирование путем умножения на  $1/2$  обоих операндов базовой операции на каждом этапе вычисления БПФ в соответствии с модифицированным сигнальным графом базовой операции рис. 8.9 [3, 12].

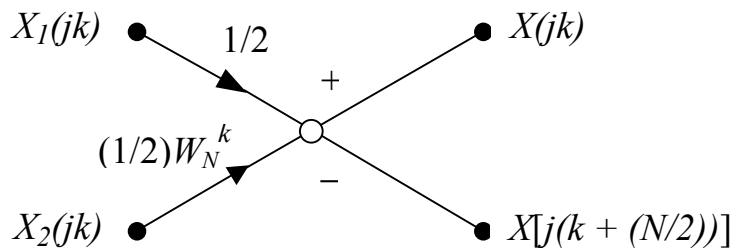


Рис. 8.9. Сигнальный граф базовой операции БПФ  
с учетом масштабирования

Такое умножение выполняется простым сдвигом чисел вправо на 1 двоичный разряд.

Поэтапное масштабирование также существенно улучшает **отношение сигнала к шуму квантования**, т. е. точность вычисления БПФ [3, 12]. Как показано в [12], **точность вычисления БПФ** с фиксированной точкой и с поэтапным масштабированием определяется при больших  $N$  для каждой частотной выборки дисперсией и предельным значением шума квантования произведений, примерно равными:

$$\sigma_{R_{\text{вых}}}^2 \approx 8 \cdot 2^{-2q_R} / 12, \quad E_{mR_{\text{вых}}} \approx 8\eta \cdot 2^{-q_R},$$

где  $q_R$  – число разрядов дробной части умножителей.

Еще более эффективным является метод масштабирования с **поблочной плавающей запятой** [3, 12].

К **погрешности** вычисления БПФ приводит также конечное число разрядов ( $q_K$ ) поворачивающих множителей  $W_N^k$ . Погрешность приближенно оценивается среднеквадратичным значением  $\sigma_{\text{вых}} \approx (L/18N)^{1/2} \cdot 2^{-q_K}$  [12].

## 8.6. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ БПФ

Как уже отмечалось, алгоритмы БПФ можно использовать и для эффективного вычисления ОДПФ, которое для последовательности  $x(n)$

определяется как  $x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(jk) W_N^{-kn}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Применяя

дважды к этому выражению операцию комплексного сопряжения (символ  $*$ ), получим:

$$x(n) = \frac{1}{N} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} X^*(jk) W_N^{kn} \right]^* = \frac{1}{N} \left\{ \text{ДПФ}_N [X^*(jk)] \right\}^*.$$

Таким образом, чтобы вычислить ОБПФ, нужно перейти от  $X(jk)$  к  $X^*(jk) = X_{re}(jk) - jX_{im}(jk)$ , изменив знак перед мнимой составляющей, вычислить БПФ последовательности  $X^*(jk)$  и аналогичным образом поменять на обратный знак перед мнимой составляющей в общем случае комплексной выходной последовательности БПФ  $x^*(n)$ , приводя ее к  $x(n)$ . Для вещественных выходных последовательностей необходимость в последнем преобразовании отсутствует. Масштабирование ОБПФ выполняют либо делением на  $N$  входной  $X(jk)$  или выходной  $x(n)$  последовательностей, либо умножением на  $1/2$  текущих результатов поэтапного вычисления БПФ. Часто во многих программах БПФ предусмотрен параметр, задающий тип вычисляемого преобразования Фурье – ДПФ или ОДПФ.

Алгоритмы БПФ обрабатывают в общем случае комплексные входные последовательности. Для вещественной входной последовательности  $x(n)$  можно учесть, что ДПФ ее удовлетворяет условию симметрии  $X(jk) = X^*[j(N-k)]$  и получить дополнительную экономию вычислений и памяти. При этом возможны два варианта [14].

**В первом** из них с помощью одного  $N$ -точечного БПФ одновременно вычисляют БПФ двух  $(N/2)$ -точечных последовательностей  $x_1(n)_{N/2}$  и  $x_2(n)_{N/2}$ , представляя их в виде реальной и мнимой частей  $N$ -точечной комплексной последовательности  $x(n) = x_1(n) + j x_2(n)$ . При этом ДПФ последовательностей  $x_1(n)$  и  $x_2(n)$  по результатам вычисления БПФ разделяются по правилу:

$$X_1(jk) = \frac{1}{2} [X(jk) + X^*(j(N-k))], \quad X_2(jk) = \frac{1}{2j} [X(jk) - X^*(j(N-k))],$$

$$k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1; \quad X(jN) = X(j0).$$

**Во втором** варианте с помощью  $(N/2)$ -точечного БПФ вычисляют первую половину ДПФ  $X(jk)$ ,  $k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1$  одной  $N$ -точечной вещественной последовательности  $x_1(n)_N$ . Комплексная обрабатываемая последовательность БПФ  $x(n)_{N/2}$  формируется предварительным ее

прореживанием по правилу:  $x(n)_{N/2} = x_1(2n)_{N/2} + jx_1(2n + 1)_{N/2}$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N/2) - 1$ .

В заключение отметим, что примеры программ вычисления БПФ на различных алгоритмических языках можно найти в [2, 14, 18], а описание алгоритмов БПФ с основаниями, отличными от 2, а также алгоритмов на основе полиномиальных и теоретико-числовых преобразований и множества других – в [3, 7, 12, 15–17)].

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под БПФ и на каких свойствах основываются алгоритмы его вычисления?
2. По какому числу точек вычисляются БПФ, что понимается под основанием и числом этапов прореживания БПФ?
3. В чем заключается идея алгоритма БПФ с прореживанием по времени?
4. Покажите, как вычислить ДПФ двухточечной последовательности.
5. Покажите, как с помощью алгоритма БПФ с прореживанием по времени получить ДПФ четырехточечной последовательности путем объединения ДПФ двух двухточечных последовательностей.
6. Как находится и определяется базовая операция алгоритма БПФ с прореживанием по времени по основанию 2?
7. Что представляет собой сигнальный граф базовой операции?
8. Сколько базовых операций выполняется на каждом этапе вычисления– объединения БПФ?
9. Постройте полный граф БПФ с прореживанием по времени по основанию 2 для числа точек  $N = 16$ .
10. Какова вычислительная эффективность алгоритма БПФ с прореживанием по времени по основанию 2?
11. Каков порядок следования входных и выходных отсчетов в алгоритме БПФ с прореживанием по времени по основанию 2?
12. Как осуществляется перестановка входных отсчетов в алгоритмах БПФ?
13. В чем заключаются вычисления с замещением в алгоритмах БПФ?
14. Сколько ячеек оперативной памяти необходимо при вычислении БПФ?
14. Что такое поворачивающие множители?
15. В чем заключается идея алгоритма БПФ с прореживанием по частоте?
16. Каков порядок следования входных и выходных отсчетов в алгоритме БПФ с прореживанием по частоте?
17. Как находится базовая операция алгоритма БПФ с прореживанием по частоте? Как выглядит ее сигнальный граф?
18. Постройте граф БПФ с прореживанием по частоте по основанию 2 для числа точек  $N = 16$ .

19. Какова вычислительная эффективность алгоритма БПФ с прореживанием по частоте по основанию 2?
20. Каким образом по известному графу БПФ с прореживанием по частоте найти граф БПФ с прореживанием по времени и наоборот?
21. Где и каким образом используются совместно БПФ с прореживанием по времени и по частоте?
22. Каковы источники погрешностей при вычислении БПФ?
23. В чем особенности и возможности вычисления БПФ вещественных последовательностей?
24. Проверьте адекватность сигнальных графов БПФ и алгоритмов их программной реализации.



## 9. ПЕРЕНОС И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СПЕКТРОВ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

### 9.1. ЗАДАЧИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СПЕКТРОВ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ ЦОС

Преобразования спектра сигнала, связанные с **перемещением его по оси частот**, широко используются в радиотехнике и смежных с нею областях. Они включают в себя операции **переноса** или **смещения** спектра по частоте и **цифровой фильтрации**. Путем преобразования спектра могут быть получены **комплексные дискретные сигналы**, эффективно обрабатываемые методами **квадратурной обработки** сигналов, и сформированы **однополосные дискретные сигналы** (сигналы с одной боковой полосой – ОБП). Они обеспечивают частотное уплотнение каналов в многоканальных системах связи, передачи данных, полосового спектрального анализа речевых, биомедицинских, радиолокационных, аудио и других сигналов, улучшают энергетику каналов связи (см. главу 11).

Ниже рассматривается реализация и особенности **методов переноса** (смещения) спектров дискретных сигналов, являющихся основой различных преобразований спектра в конкретных системах ЦОС.

### 9.2. ПЕРЕНОС СПЕКТРОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО ГЕТЕРОДИНИРОВАНИЯ. КОМПЛЕКСНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ

Перенос спектра дискретного вещественного сигнала  $x(n)$  методом цифрового гетеродинамирования выполняется умножением преобразуемого сигнала на комплексный гармонический сигнал  $x_{\Gamma}(n) = e^{\pm j\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}} = \cos(\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}) \pm j \sin(\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}})$  с частотой гетеродина  $\omega_{\Gamma}$ :

$$\begin{aligned} y(n) &= x(n) \cdot x_{\Gamma}(n) = x(n) \cos(\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}) \pm jx(n) \sin(\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}) = \\ &= y_{\text{Re}}(n) \pm j y_{\text{Im}}(n). \end{aligned} \quad (9.1)$$

Структурно метод цифрового гетеродинамирования представляется схемой, оперирующей с комплексными числами (рис. 9.1, *a*), или схемой рис. 9.1, *б*, в которой все операции выполняются с вещественными числами. В результате преобразования получается комплексный сигнал  $y(n)$ , спектр которого  $Y(j\omega)$  соответствует смещенным влево (при  $x_{\Gamma}(n) = e^{-j\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}}$ ) или вправо (при  $x_{\Gamma}(n) = e^{j\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}}$ ) верхним и нижним полосам спектра входного сигнала  $x(n)$ :

$$Y(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) e^{\pm j\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}} e^{-j\omega nT_{\text{д}}} = X[j(\omega \mp \omega_{\Gamma})]. \quad (9.2)$$

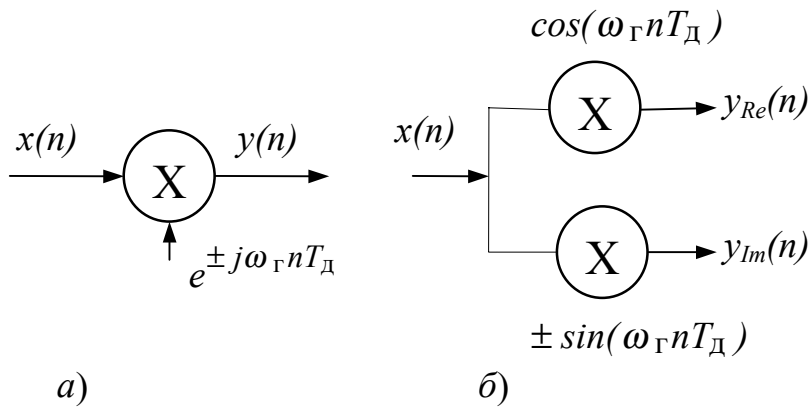


Рис. 9.1. Структурные схемы переноса спектра, оперирующие с комплексными (а) и вещественными (б) числами

Знак минус в (9.2) соответствует смещению спектра вправо (рис. 9.2, а), а знак плюс – влево (рис. 9.2, б). Очевидно, что **пределы смещения спектра** дискретного сигнала составляют  $\pm\omega_d/2$ , в то время как для аналогового сигнала они ограничены только техническими возможностями.

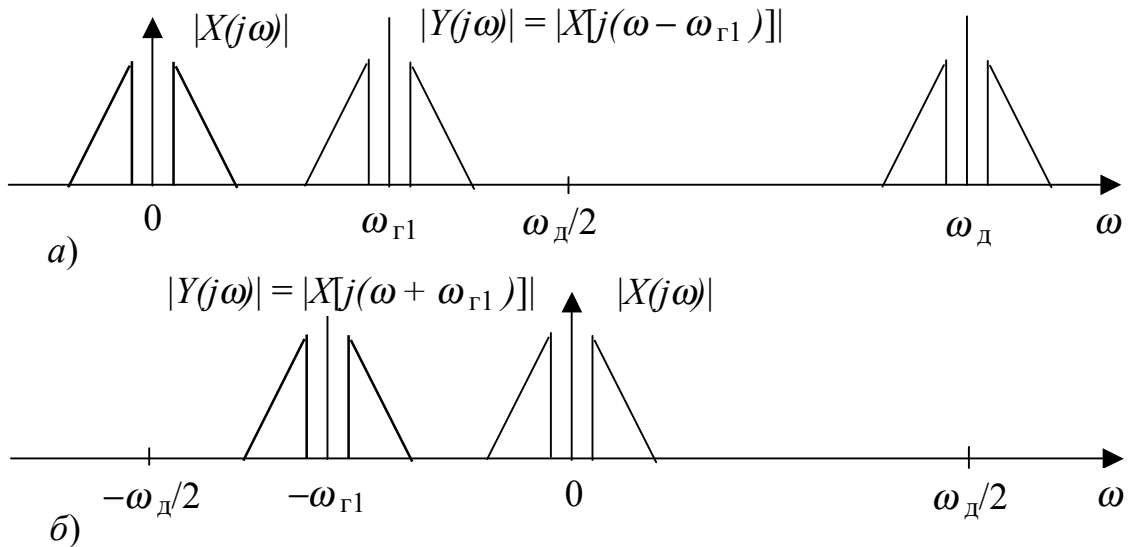


Рис. 9.2. Диаграммы смещения спектра вещественного сигнала вправо (а) и влево (б) на частоту  $\omega_{\Gamma1}$

В отличие от спектра вещественного сигнала, боковые полосы которого всегда симметричны относительно частоты  $\omega = 0$ , **спектр комплексного сигнала несимметричен относительно частоты  $\omega = 0$** , что является характерным признаком такого сигнала. В то же время реальную и мнимую составляющие комплексного сигнала можно рассматривать как вещественные сигналы с симметричными (комплексно-сопряженными) относительно оси ординат спектрами, смещенными к частоте  $\omega_{\Gamma}$  и  $-\omega_{\Gamma}$ . При этом одинаковые по модулю боковые полосы спектра, смещенные к частоте  $\omega_{\Gamma}$ , суммируются

(удваиваются), а к частоте  $-\omega_r$  – вычитаются и компенсируются. Предлагается **самостоятельно** убедиться в этом на примере комплексного гармонического сигнала  $x(n) = e^{j\omega n T_d}$ .

Если на частоту  $\omega_r$  смещается вещественный гармонический сигнал  $x(n) = \cos(\omega_c n T_d) = (1/2)e^{j\omega_c n T_d} + (1/2)e^{-j\omega_c n T_d}$ , то в спектре комплексного выходного сигнала  $y(n)$  будут присутствовать составляющие с частотами  $\omega_r + \omega_c$  и  $\omega_r - \omega_c$ , а в спектрах его реальной и мнимой частей – составляющие с частотами  $\pm(\omega_r + \omega_c)$  и  $\pm(\omega_r - \omega_c)$ .

Вещественные сигналы  $y_{Re}(n)$  или  $y_{Im}(n)$  получаются умножением преобразуемого сигнала  $x(n)$  на вещественный гармонический сигнал гетеродина  $\cos(\omega_r n T_d)$  или  $\sin(\omega_r n T_d)$  (рис. 9.1, б), также обеспечивающим смещение спектра по частоте. Однако в основной полосе частот  $\pm\omega_d/2$  они занимают полосу, равную удвоенной ширине спектра преобразуемого сигнала и вдвое превышающую полосу частот комплексного сигнала  $y(n)$ . Следовательно, смещение спектра сигнала умножением его на вещественное гармоническое колебание гетеродина приводит к неэффективному использованию полосы частот дискретного сигнала по сравнению со смещением в соответствии с (9.1), приводящим к комплексному дискретному сигналу. Кроме того, в этом случае при смещении спектров гармонических вещественных сигналов на частоту  $\omega_r = -\omega_c$ , совпадающую с частотой сигнала (т. е. при смещении спектра к нулевой частоте), наблюдается зависимость амплитуды выходного сигнала от соотношения фаз входного сигнала и гетеродина. При смещении спектра гармонических сигналов умножением на комплексный сигнал гетеродина с частотой  $\omega_r = -\omega_c$  информация об амплитуде сигнала не зависит от фазы, так как она заключена в его реальной и мнимой составляющих.

В общем случае преобразуемый по частоте сигнал  $x(n)$  может быть не только вещественным, но и **комплексным**. Его обработка в соответствии с алгоритмом, оперирующим с вещественными числами, осуществляется следующим образом:

$$y_{Re}(n) = x_{Re}(n) \cos(\omega_r n T_d) - x_{Im}(n) \sin(\omega_r n T_d);$$

$$y_{Im}(n) = x_{Im}(n) \cos(\omega_r n T_d) + x_{Re}(n) \sin(\omega_r n T_d).$$

Этот алгоритм также можно представить структурной схемой по аналогии с рис. 9.1.

При смещении спектра дискретного сигнала на частоту  $\omega_r = \omega_d/2$  получается вещественный сигнал

$$y(n) = x(n) e^{j(\omega_d/2)n T_d} = (-1)^n x(n). \quad (9.3)$$

Спектр такого сигнала  $Y(j\omega) = X[j(\omega - (\omega_d/2))]$  называют **инверсным** (рис. 9.3). Частоте  $\omega_1$  в исходном спектре соответствует в инверсном спектре

частота  $\omega_{И1} = \omega_{д}/2 - \omega_1$ . Инверсия спектра выполняется простым инвертированием (изменением знака) нечетных отсчетов исходного сигнала  $x(n)$ , т. е. его каждого второго отсчета. Она используется, например, для засекречивания связи.

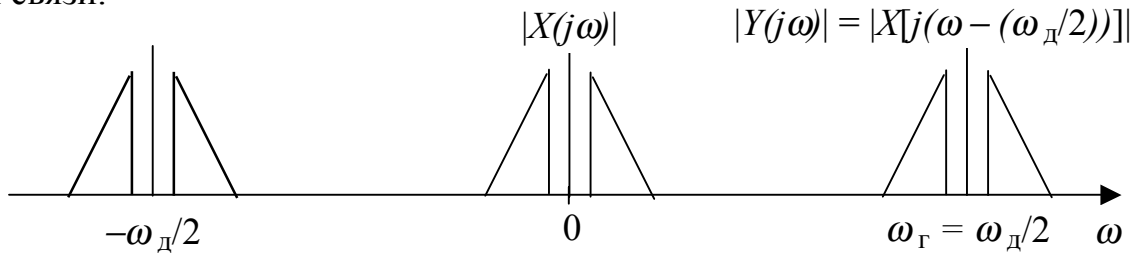


Рис. 9.3. Диаграмма прямого и инверсного спектров вещественного сигнала

С переносом спектра связана, как правило, необходимость фильтрации сигнала, например, выделения одной из боковых полос спектра до или после его смещения по частоте. Для одночастотного вещественного сигнала с помощью цифровой фильтрации разделяются образующиеся при смещении частотные составляющие  $\omega_{Г} \pm \omega_{С}$ . Фильтрация комплексного сигнала при переносе спектра в соответствии с (9.1) осуществляется либо непосредственно одним ЦФ с комплексными коэффициентами, либо отдельно его реальной и мнимой составляющих с помощью двух идентичных вещественных ЦФ. Двухканальную обработку комплексных сигналов принято называть **квадратурной**, их реальную составляющую – **синфазной**, а мнимую – **квадратурной**.

### 9.3. ПЕРЕНОС СПЕКТРОВ И КВАДРАТУРНАЯ ОБРАБОТКА УЗКОПОЛОСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ

Квадратурная обработка узкополосных сигналов является одним из примеров применения переноса спектров в системах ЦОС. Узкополосными (УПС) называют радиосигналы с полосой, намного меньшей их центральной частоты  $\omega_0$  [1]. Математически аналоговые и дискретные УПС описываются выражениями:

$$\begin{aligned} x(t) &= A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]; \\ x(nT_{д}) &= A(nT_{д}) \cos[\omega_0 nT_{д} + \varphi(nT_{д})] = \\ &= A_c(nT_{д}) \cos(\omega_0 nT_{д}) + A_s(nT_{д}) \sin(nT_{д}), \end{aligned} \quad (9.4)$$

где  $A(nT_{д})$ ,  $\varphi(nT_{д})$  в (9.4) представляют собой медленно изменяющуюся огибающую и фазу УПС. **Цель** обработки УПС заключается в его демодуляции, т. е. выделении огибающей и фазы и оценке параметров УПС. Она осуществляется в соответствии со структурными схемами систем квадратурной обработки УПС, оперирующих с комплексными числами (рис. 9.4, а) и вещественными числами (рис. 9.4, б). Обработка включает смещение боковой полосы спектра вещественного УПС к частоте  $\omega = 0$  путем умножения его на ком-

плексный гармонический сигнал гетеродина  $x_{\Gamma}(n) = e^{-j\omega_{\Gamma}nT_{\text{д}}} = e^{-j\omega_0nT_{\text{д}}}$  с частотой, равной центральной частоте сигнала  $\omega_0$  и выделение смещенной полосы с помощью комплексного или пары вещественных цифровых ФНЧ. Образующийся на их выходах сигнал соответствует комплексной низкочастотной огибающей УПС. Частота его дискретизации может быть понижена до значения  $f'_{\text{д}} = f_{\text{д}} / M \geq 2F_m$ , определяемого максимальной частотой спектра огибающей  $F_m$ . Понижение выполняется путем  $M$ -кратного прореживания сигнала с помощью обозначенного на схемах элемента  $\downarrow M$  (компрессора частоты дискретизации, см. главу 10). По синфазной и квадратурной составляющим комплексной огибающей с низкой частотой дискретизации

$$x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}}) = A_c(mT'_{\text{д}}) \cos[\varphi(mT'_{\text{д}})], \quad x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}}) = A_s(mT'_{\text{д}}) \sin[\varphi(mT'_{\text{д}})]$$

вычисляются отсчеты фазы и огибающей УПС:

$$\begin{aligned} \varphi(mT'_{\text{д}}) &= \arctg[x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}}) / x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}})]; \\ A(mT'_{\text{д}}) &= \left[ (x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}}))^2 + (x_{\text{ог(с)}}(mT'_{\text{д}}))^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Эти операции отражены на структурных схемах рис. 9.4 элементами с соответствующими математическими обозначениями.

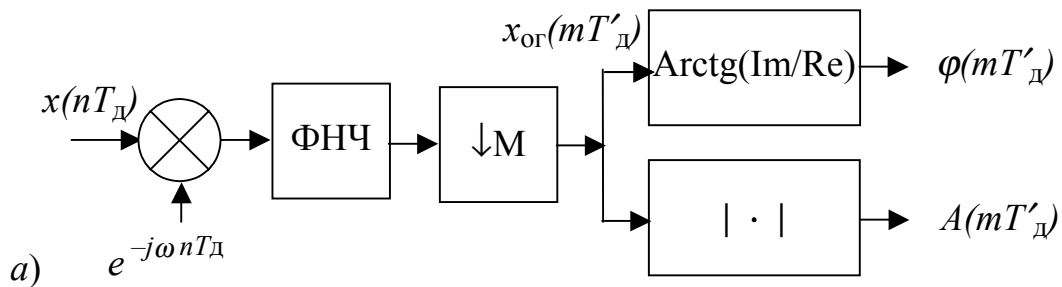


Рис. 9.4. Структурные схемы систем квадратурной обработки УПС, оперирующие с комплексными (а) и вещественными (б) числами

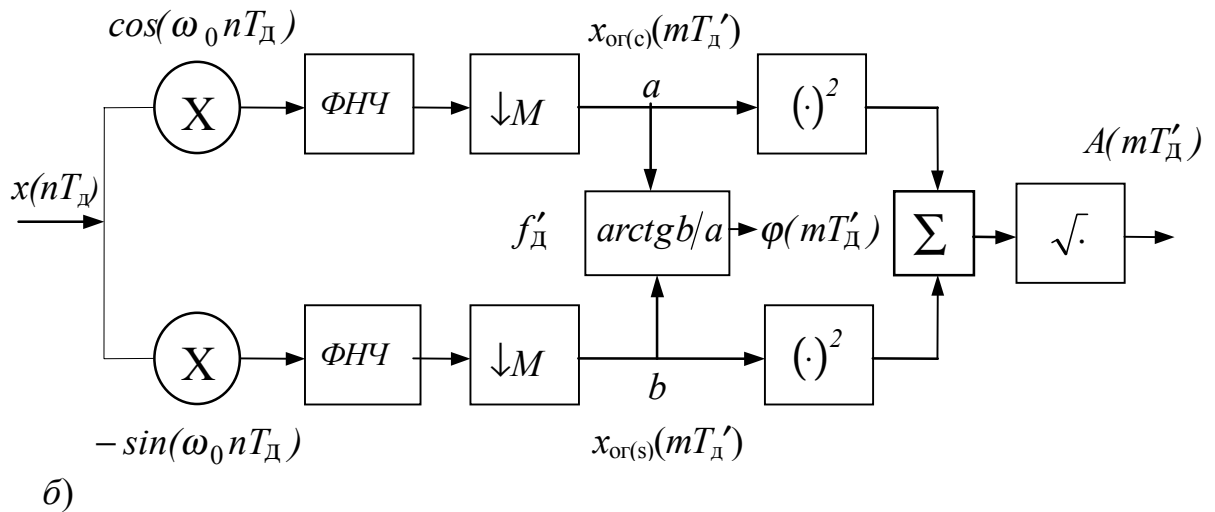


Рис. 9.4. Окончание

Систему квадратурной обработки УПС называют также квадратурным амплитудным и фазовым демодулятором, а часть ее, включающую гетеродин, умножители и ФНЧ – фазовым детектором [1, 19, 20].

Наличие нелинейных операций  $(\cdot)^2$ ,  $\sqrt{\cdot}$ , которые преобразуют (расширяют) спектр сигнала, в структуре с квадратурной обработкой практически не влияет на выбор частоты дискретизации  $f'_D$ , в то время как в других случаях может привести к ошибкам наложения и необходимости увеличения  $f'_D$ .

Квадратурная обработка применяется также в задачах **обнаружения сигнала**, где операции  $(\cdot)^2$ ,  $\sqrt{\cdot}$  заменяются обычно на операции  $c = |a| + |b| \geq C_{\text{порог}}$  – суммирования модулей синфазной и квадратурной компонент и сравнения с порогом, которые упрощают вычисления (так называемая модульная обработка).

При квадратурной обработке исключается влияние неизвестной начальной фазы несущей входного сигнала.

В случае **высокочастотных УПС** применяется гибридная аналоговая и цифровая обработка, при которой осуществляются смещение спектра и низкочастотная фильтрация сигнала на аналоговом уровне (расщепление сигнала на квадратурные составляющие), последующее двухканальное аналого-цифровое преобразование обеих составляющих с низкой частотой дискретизации и их цифровая обработка. При этом после АЦП могут включаться также цифровые ФНЧ, улучшающие фильтрацию сигнала, в том числе согласованные с его комплексной огибающей [19, 20, 40].

Предлагается в качестве примера **самостоятельно** рассмотреть преобразования спектров сигналов в системе квадратурной обработки УПС для вещественного сигнала с амплитудной тональной модуляцией.

## 9.4. ФОРМИРОВАНИЕ ОДНОПОЛОСНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Однополосные дискретные сигналы могут быть комплексными и вещественными. На рис. 9.5 приведены примеры спектров сигналов с тональной амплитудной модуляцией; несущая составляющая их при этом может как присутствовать, так и быть подавленной (полностью или частично). В системах ЦОС используются два основных способа формирования сигналов ОБП: фильтровой и на основе преобразования Гильберта.

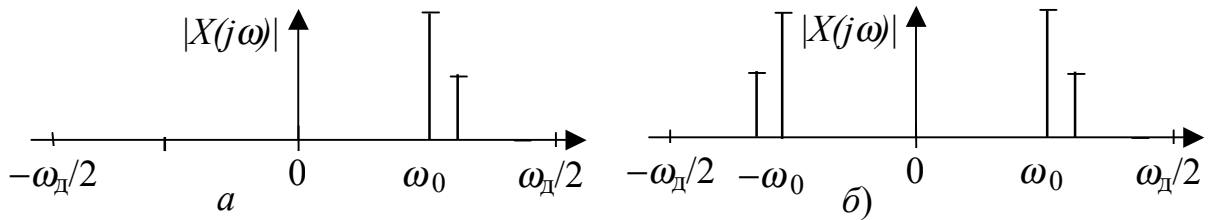


Рис. 9.5. Примеры спектров однополосного комплексного (а) и вещественного (б) АМ-сигналов

### 9.4.1. ФИЛЬТРОВОЙ СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ ОДНОПОЛОСНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Для вещественного сигнала  $x(n)$  со спектром, примыкающим к нулевой частоте (рис. 9.6, а) задача формирования сигнала ОБП заключается в выделении одной боковой полосы его спектра (верхней или нижней) (рис. 9.6, в), при необходимости ее смещении на заданную частоту  $\omega_1$  (рис. 9.6, з) и переходе от комплексного сигнала ОБП к вещественному (рис. 9.6, д).

Указанные спектральные преобразования могут быть получены путем смещения одной боковой полосы спектра сигнала на частоту  $\omega_0$ , равную ее центральной частоте (на рис. 9.6, б – влево), ее выделения комплексным ЦФ с показанной на рис. 9.6, б идеализированной частотной характеристикой, смещения выделенной боковой полосы в обратном направлении на частоту  $\omega_0$  (рис. 9.6, в) или на частоту  $\omega_1$  (рис. 9.6, з), и взятия реальной части комплексного сигнала ОБП (рис. 9.6, д).

Данным преобразованиям соответствуют структурные схемы формирователей ОБП, оперирующие с комплексными числами (рис. 9.7, а) и вещественными (рис. 9.7, б). Умножением на комплексный гармонический сигнал  $e^{-j\omega_0 n T_d}$  спектр сигнала смещается влево на частоту  $\omega_0$ , а умножением на сигнал  $e^{j\omega_0 n T_d}$  или  $e^{j\omega_1 n T_d}$  – вправо на частоту  $\omega_0$  или  $\omega_1$ . Математически алгоритм обработки формирователя сигналов ОБП записывается следующим образом:

$$y(n) = \Phi \left[ x(n) e^{-j\omega_0 n T_d} \right] e^{j\omega_0 n T_d}; \quad y_1(n) = \Phi \left[ x(n) e^{-j\omega_0 n T_d} \right] e^{j\omega_1 n T_d},$$

где  $\Phi[\cdot]$  – оператор, реализуемый цифровым фильтром.

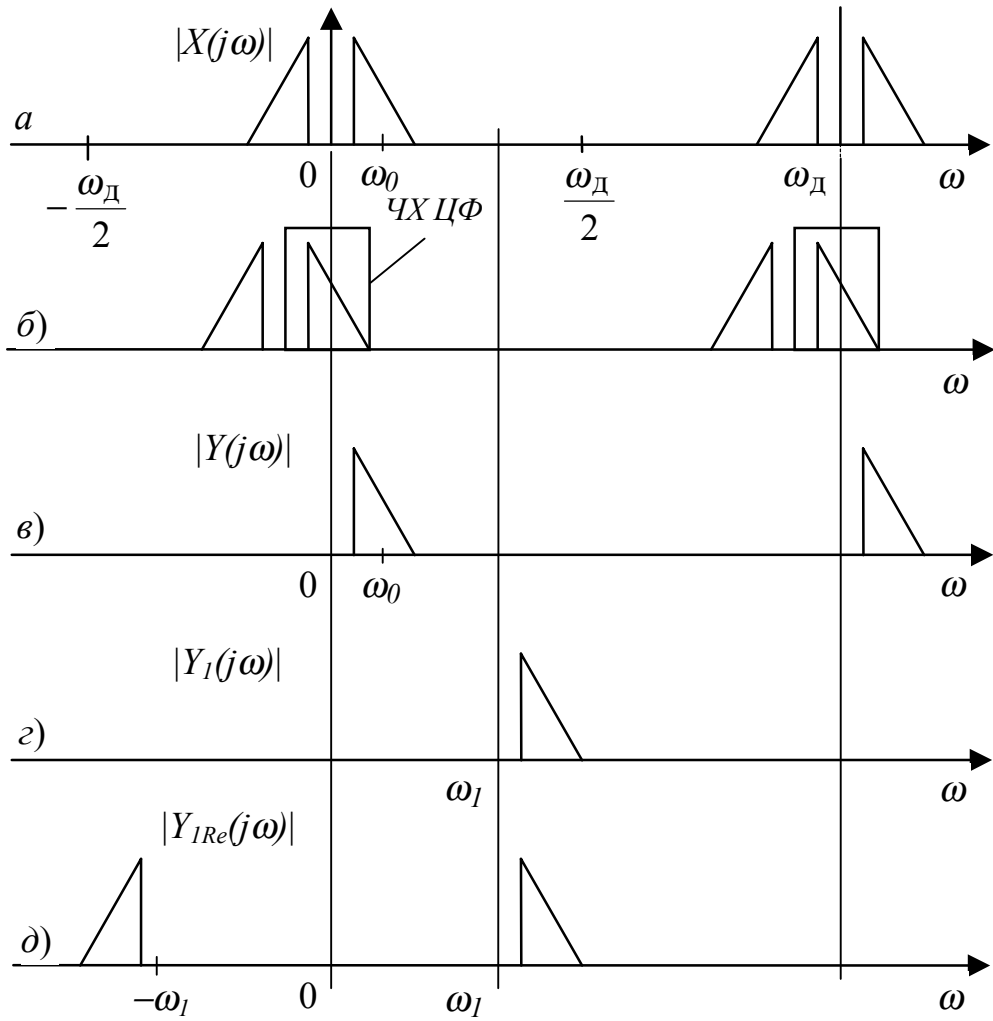
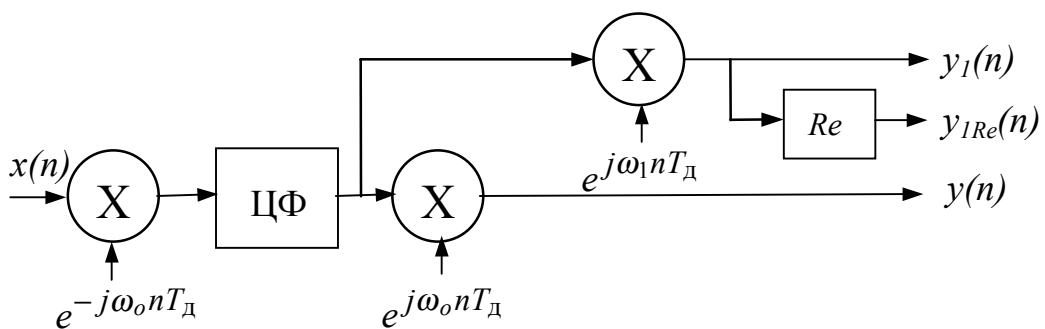


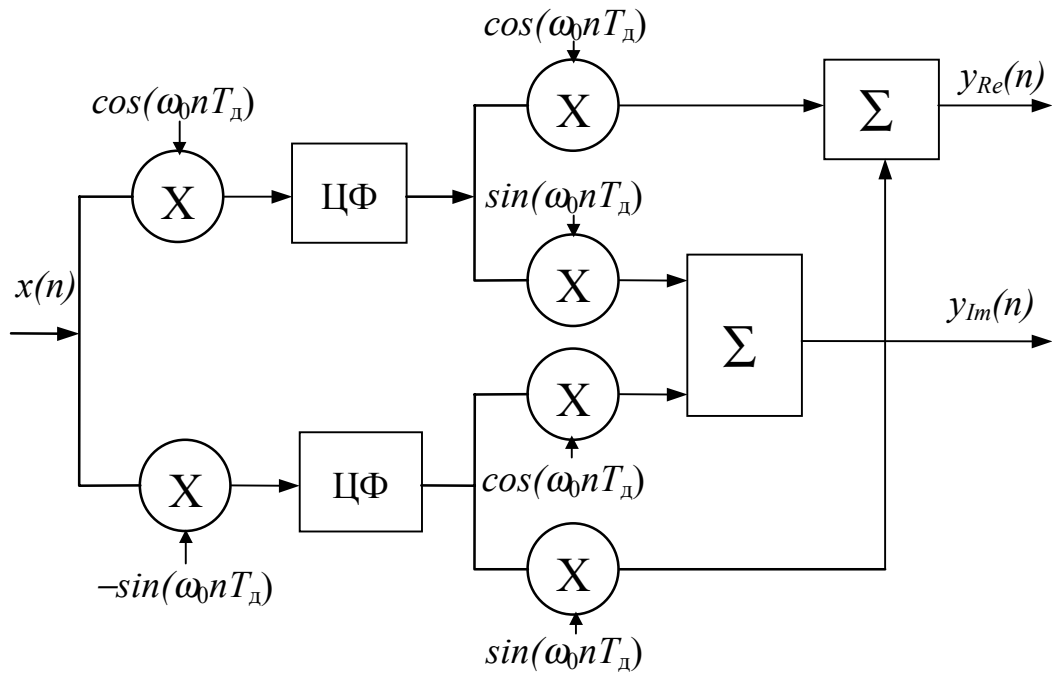
Рис. 9.6. Спектральные преобразования при формировании сигналов ОБП



а)

Рис. 9.7. Структурные схемы формирователей ОБП, оперирующих с комплексными (а) и вещественными (б) числами





б)

Рис. 9.7. Окончание

Требования к ЦФ формирователя сигналов ОБП определяются необходимой степенью подавления второй (неиспользуемой) боковой полосы спектра сигнала и зависят от значений нижней и верхней граничных частот спектра сигнала  $f_n$ ,  $f_v$ , определяющих значения переходной полосы цифрового ФНЧ. Например, для речевого сигнала, передаваемого по стандартному телефонному каналу,  $f_n = 0,3$  кГц,  $f_v = 3,4$  кГц,  $f_d = 8$  кГц,  $f_d/2 = 4$  кГц,  $f_0 = 2$  кГц, при этом частота среза и минимальная переходная полоса ФНЧ составляют:  $f_c = 1,7$  кГц,  $\Delta f_{пер} = 2 f_n = 0,6$  кГц.

#### 9.4.2. ФОРМИРОВАНИЕ ОДНОПОЛОСНОГО ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ГИЛЬБЕРТА

Известно, что вещественный сигнал  $x(n)$  и сигнал, сопряженный с ним по Гильберту  $x_H(n)$ , представляют в совокупности комплексный сигнал  $y(n) = x(n) + jx_H(n)$ , спектр которого соответствует одной боковой полосе спектра входного сигнала [1, 12]. Таким образом, с помощью преобразования Гильберта возможно формирование сигналов ОБП в соответствии со структурной схемой рис. 9.8, а.

Идеальный преобразователь Гильберта (ПГ) (см. главу 3) – это всепропускающий фильтр с АЧХ и ФЧХ вида:  $|H_H(j\omega)| = 1$ ,  $\varphi_H(\omega) = -\pi/2$  при  $\omega > 0$  и  $\varphi_H(\omega) = \pi/2$  при  $\omega < 0$  (рис. 9.8, б). Путем аппроксимации частотной характеристики преобразователя Гильберта конечным рядом Фурье методом весовых функций может быть синтезирован реализующий его нерекурсивный ЦФ.

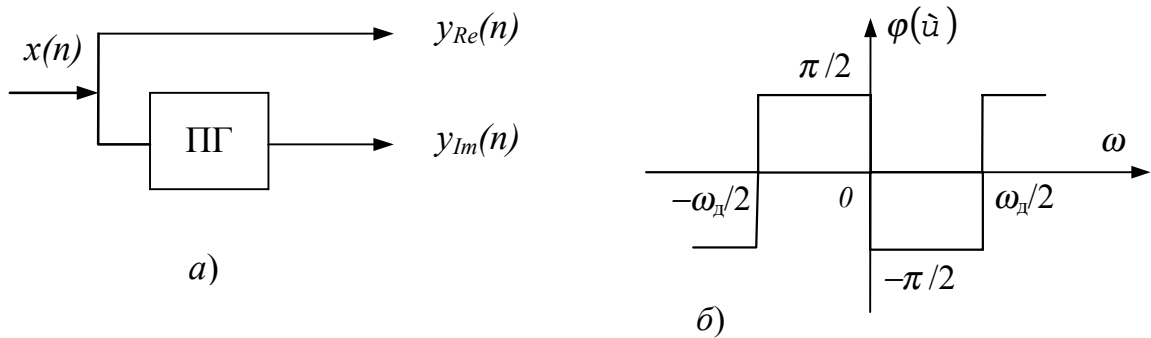


Рис. 9.8. Формирователь сигналов ОБП на основе преобразователя Гильберта (а) и его ФЧХ (б)

Формирование сигнала ОБП с помощью преобразования Гильберта можно проиллюстрировать на простом примере гармонического сигнала

$$x(n) = \cos(\omega_c n T_d) = (1/2)e^{j\omega_c n T_d} + (1/2)e^{-j\omega_c n T_d}.$$

Для него  $y_{Re}(n) = x(n) = \cos(\omega_c n T_d)$ . Сигнал, сопряженный по Гильберту:

$$x_H(n) = y_{Im}(n) = (1/2)e^{j(\omega_c n T_d - \pi/2)} + (1/2)e^{-j(\omega_c n T_d - \pi/2)} = \sin(\omega_c n T_d).$$

Следовательно, вещественному сигналу  $x(n) = \cos(\omega_c n T_d)$  соответствует комплексный однополосный гармонический сигнал

$$y(n) = \cos(\omega_c n T_d) + j \sin(\omega_c n T_d) = e^{j\omega_c n T_d}.$$

Аналогичным образом преобразуются и другие частотные составляющие, которые в общем случае присутствуют в сигнале  $x(n)$ .

Реальный преобразователь Гильберта вносит задержку сигнала, определяемую как  $T_z = T_d(N - 1)/2$ , где  $N$  – длина импульсной характеристики аппроксимирующего нерекурсивного ЦФ. Она может быть скомпенсирована включением такой же задержки в канал реальной части формирователя сигнала ОБП.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается задача переноса спектров дискретных сигналов?
2. Как осуществляется и математически описывается перенос спектра сигнала методом цифрового гетеродинамирования?
3. Что такое комплексный дискретный сигнал и как он получается при переносе спектра методом цифрового гетеродинамирования?
4. В чем отличие спектров комплексного и вещественного дискретных сигналов?
5. Как при переносе спектра методом цифрового гетеродинамирования получить вещественный выходной сигнал?
6. В чем принципиальная особенность переноса спектра дискретных сигналов от аналоговых?

7. Что такое инверсия спектра? Как она осуществляется и для чего используется?

8. Что такое квадратурная обработка сигналов, как она реализуется и для чего применяется?

9. Каковы спектральные преобразования сигналов при квадратурной обработке?

10. Как осуществляется квадратурная обработка узкополосных радиосигналов и какие спектральные преобразования ей соответствуют?

11. Что такое дискретные сигналы ОБП, для чего они применяются, какой спектр они имеют (вещественные, комплексные)?

12. В чем заключается фильтровой способ формирования сигналов ОБП?

13. Как реализуется фильтровой способ формирования сигналов ОБП?

14. Чем определяются требования к ЦФ в фильтровом методе формирования сигналов ОБП?

15. Приведите структуру формирователя сигналов ОБП фильтрового типа, в которой все операции выполняются с вещественными числами.

16. Покажите частотные диаграммы сигналов в структурной схеме формирователя фильтрового типа вещественных ОБП-сигналов.

17. Покажите частотные диаграммы сигналов в структурной схеме формирователя фильтрового типа комплексных ОБП-сигналов.

18. В чем заключается и как описывается математически формирование сигналов ОБП с помощью преобразования Гильберта?

19. Как реализуется формирователь сигналов ОБП с помощью преобразования Гильберта?

## 10. МНОГОСКОРОСТНЫЕ СИСТЕМЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

### 10.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ, КЛАССИФИКАЦИЯ, ПРИМЕНЕНИЕ

К **многоскоростным** относят системы ЦОС, имеющие различные значения частот дискретизации на разных этапах обработки сигнала. Иначе их называют системами с **передискретизацией** сигнала.

**Передискретизация** сигнала обеспечивает согласование скорости и объема обработки с изменяющейся в результате обработки полосой частот обрабатываемого сигнала и таким образом улучшает **реализационные характеристики** систем ЦОС.

В соответствии с общей структурной схемой многоскоростной системы (МСС) рис. 10.1 сигнал на ее входе может иметь частоту дискретизации  $f_{д1}$ , на выходе  $f_{д2}$ , а внутренние сигналы могут быть дискретизированы с частотой  $f_{д3}$ .

Согласно **классификации** различают многоскоростные системы: **восходящие** (с повышением частоты дискретизации); **нисходящие** (с понижением частоты дискретизации); **комбинированные**; **однократные**; **многократные**.



Рис. 10.1. Общая структура многоскоростной системы ЦОС

Многоскоростные системы **применяют** для решения следующих задач:

**интерполяции сигналов** – восстановления отсутствующих промежуточных отсчетов между узловыми точками сигнала, например, с целью улучшения его визуализации;

**децимации** или **прореживания** сигналов для исключения избыточности информации и сжатия данных;

**сопряжения** систем с различными значениями частот дискретизации или приведения их к стандартным значениям, например, 44,1 кГц и 48 кГц – в аудиосистемах, 32 кГц и 512 кГц – в цифровой радиосвязи и т. д.;

**совместной цифровой обработки канальных сигналов**, дискретизируемых с низкой частотой и **групповых сигналов** с частотным уплотнением, дискретизируемых с высокой частотой, например, 8 кГц и 112 кГц в системах многоканальной телефонии;

**полосового спектрального анализа и синтеза** сигналов, например, речевых, биомедицинских, радиолокационных, аудио;

**высококачественного ввода / вывода** аналоговых сигналов.

## 10.2. ВОСХОДЯЩИЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СИГНАЛОВ

### 10.2.1. СТРУКТУРА ВОСХОДЯЩЕЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ. ВРЕМЕННОЕ И СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ

Задача, решаемая восходящей дискретной системой (ВДС) (рис. 10.2), заключается в преобразовании сигнала  $x(mT'_d)$  с низкой частотой дискретизации  $f'_d$  в сигнал  $y(nT_d)$  с высокой частотой дискретизации  $f_d = L f'_d$  с сохранением его формы и частотного спектра, т. е. подобия сигналов  $y(nT_d) \cong x(mT'_d)$ . Допустимым при этом является временное запаздывание интерполированного сигнала относительно исходного.

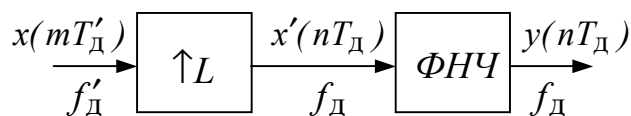


Рис. 10.2. Структура восходящей дискретной системы

Базовыми элементами ВДС являются **фильтр-интерполятор нижних частот (ФНЧ)** с частотой среза  $f_c \approx f'_d / 2$  и **экспандер частоты дискретизации (ЭЧД)**, обозначенный символом  $\uparrow L$ . С помощью ЭЧД осуществляется непосредственное повышение частоты дискретизации сигнала в  $L$  раз. Сигнал  $x'(nT_d)$  на выходе ЭЧД в соответствии с его алгоритмом работы определяется как:

$$x'(nT_d) = \begin{cases} x(mT'_d) & \text{при } n = mL, \\ 0 & \text{при } n \neq mL. \end{cases} \quad (10.1)$$

Он получается добавлением к входному сигналу  $x(mT'_d)$   $(L - 1)$  **нулевых отсчетов** на каждом периоде его дискретизации  $T'_d$  или между каждой парой его отсчетов. Фильтром-интерполятором на каждом интервале  $T'_d$  вычисляются значения  $(L - 1)$ -го дополнительного отсчета интерполированного сигнала  $y(n)$ . Принцип работы ЭЧД и ВДС иллюстрируются временными диаграммами сигналов рис. 10.3.

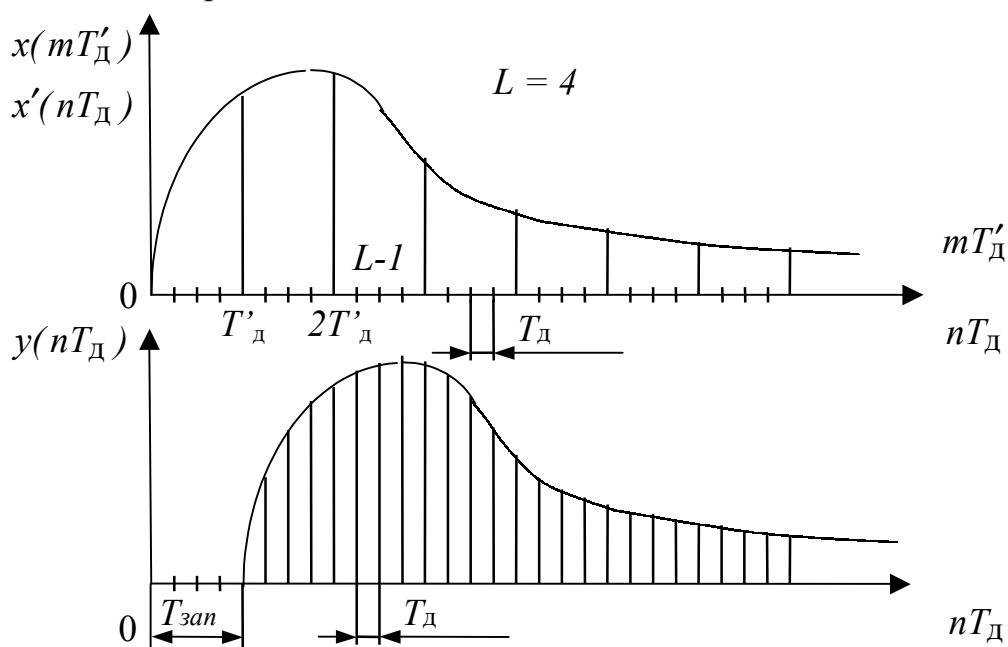


Рис. 10.3. Временные диаграммы сигналов в ВДС

Рассмотрим **преобразования сигналов ВДС в частотной области**.

Сигналы МСС, имеющие разные частоты дискретизации, характеризуют **спектральной плотностью**, соответствующей преобразованию Фурье сигнала, отнесенному к значению его основной полосы частот, равной частоте дискретизации этого сигнала. Для входного сигнала  $x(mT'_d)$  спектральная

плотность  $X(j\omega) = T'_d \sum_{m=0}^{\infty} x(mT'_d) \cdot e^{-j\omega m T'_d} = X[j(\omega \pm k\omega'_d)]$  периодична с

низкой частотой дискретизации  $f'_d = 1/T'_d$  (рис. 10.4, а), для сигнала  $x'(nT_d)$

на выходе ЭЧД спектральная плотность периодична с высокой частотой дискретизации  $f_d = 1/T_d$ :

$$X'(j\omega) = T_d \sum_{n=0}^{\infty} x'(nT_d) \cdot e^{-j\omega n T_d} = X[j(\omega \pm k\omega_d)], \quad (10.2)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$  – целые числа. Выражая  $x'(nT_d)$  в (10.2) через  $x(mT'_d)$  в соответствии с (10.1), получаем:

$$X'(j\omega) = (T'_d/L) \sum_{m=0}^{\infty} x(mT'_d) \cdot e^{-j\omega m L T'_d} = (1/L)X(j\omega). \quad (10.3)$$

Из (10.3) следует, что спектр сигнала  $x'(nT_d)$  на выходе ЭЧД (рис. 10.4, а) с точностью до постоянного множителя  $(1/L)$  является периодическим повторением спектра сигнала  $x(mT'_d)$  с периодом, равным высокой частоте дискретизации  $f_d$ . При этом в основной полосе спектра сигнала  $x'(nT_d)$  укладывается  $L$  периодов спектра сигнала  $x(mT'_d)$ , равных  $f'_d$ . Любой из этих периодов в полосе  $(0-f'_d/2)$  может быть выбран с помощью цифрового фильтра-интерполятора, включаемого на выходе элемента ЭЧД и работающего с высокой частотой дискретизации  $f_d$ . При использовании ЦФ типа ФНЧ (рис. 10.2) с частотой среза  $\omega_c = \omega'_d/2$  выделяется спектр входного сигнала, соответствующий его основной полосе  $\pm\omega'_d/2$  (рис. 10.4, б, в). **Спектральная плотность сигнала  $y(n)$  на выходе ВДС** находится умножением спектральной плотности сигнала  $x'(nT_d)$  на частотную характеристику ЦФ  $H(j\omega)$ :

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X'(j\omega) = \frac{1}{L} |H(\omega)| \cdot X(j\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}. \quad (10.4)$$

В случае идеализированного ФНЧ с АЧХ, равной  $|H(\omega)| = L$  в полосе  $\pm\omega'_d/2$  и нулю за ее пределами (рис. 10.4, б), из выражения (10.4), преобразуемого к виду

$$Y(j\omega) = |X(j\omega)| \cdot e^{j[\varphi_x(\omega) + \varphi(\omega)]},$$

следует точное соответствие амплитудных спектров входного и выходного сигналов ВДС в полосе частот  $\pm\omega'_d/2$ :

$$|Y(j\omega)| = |X(j\omega)| \Big|_{|\omega| \leq \omega'_d/2}.$$

Если при этом ФЧХ фильтра строго линейна:  $\varphi(\omega) = -\omega T_{\text{зап}}$  (рис. 10.4, в), то и во временной области обеспечивается точное соответствие или подобие форм обоих сигналов с учетом постоянного времени запаздывания  $T_{\text{зап}}$  выходного сигнала:  $y(nT_d) \cong x(mT'_d - T_{\text{зап}})$  (рис. 10.3). Это полностью удовлетворяет математической задаче интерполяции сигнала. Для **реального фильтра-интерполятора** всегда присутствуют некоторые **искажения** спек-

тра и формы интерполированного сигнала (рис. 10.4, б, в). Программно ВДС реализуется в соответствии с граф-схемой алгоритма рис. 10.5.

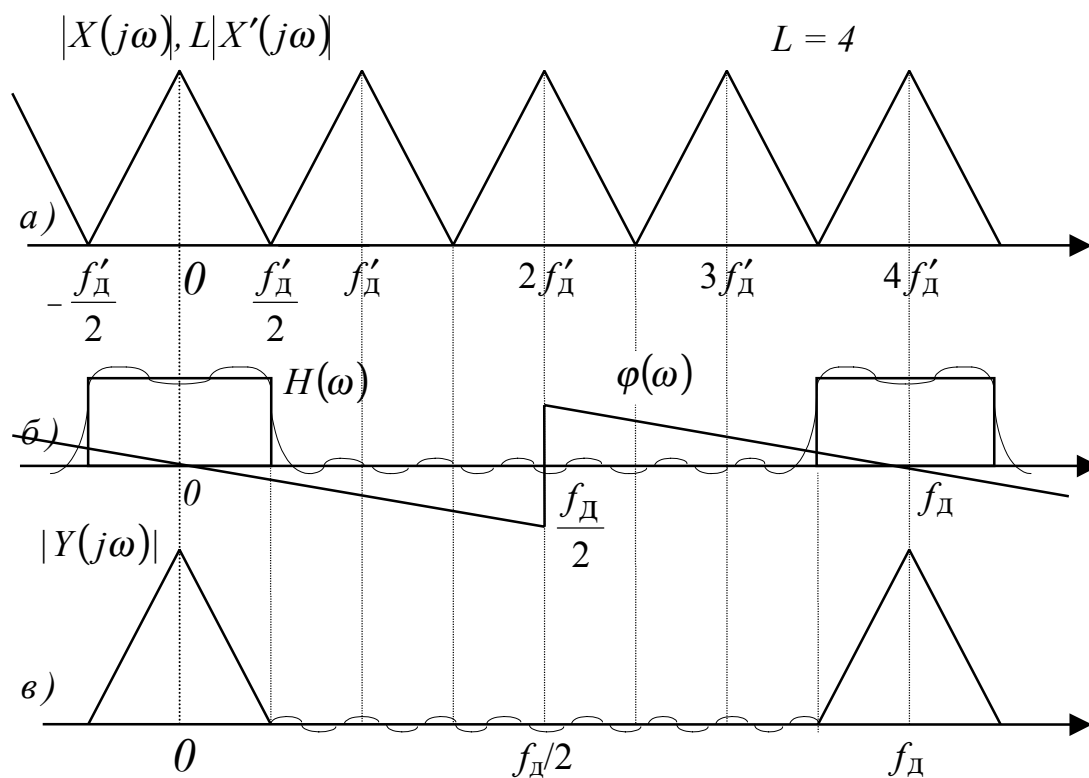


Рис. 10.4. Спектральные диаграммы сигналов в ВДС

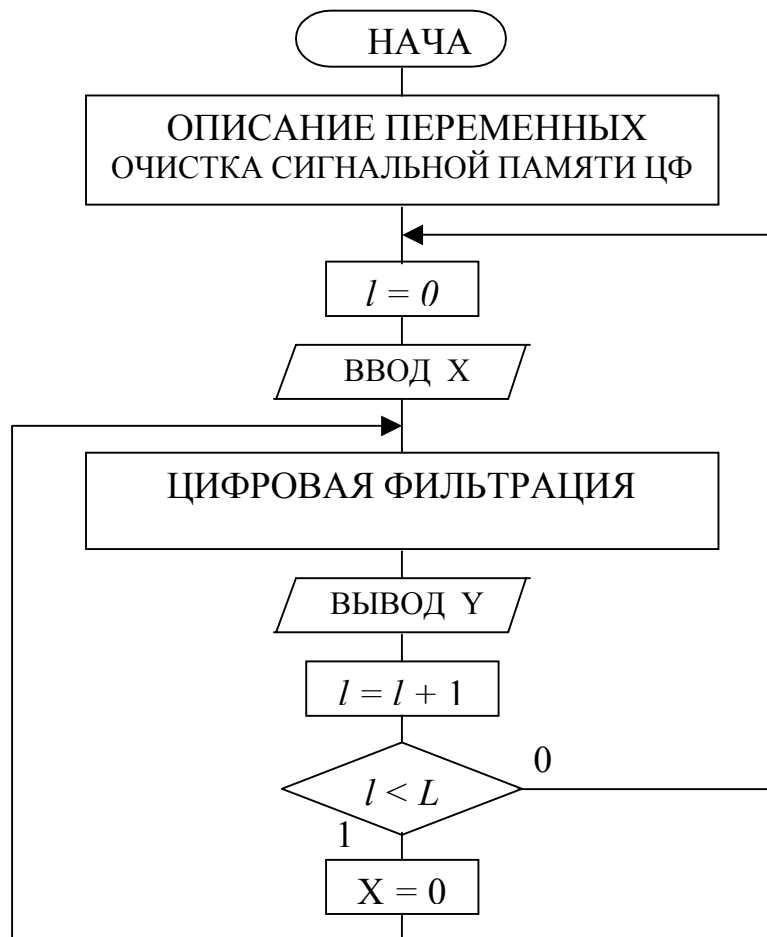


Рис. 10.5. Граф-схема алгоритма программной реализации ВДС

### 10.2.2. ПЕРЕНОС СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ В ВДС

С помощью ВДС наряду с интерполяцией сигнала возможно также дискретное смещение его спектра в пределах полосы  $(0-f_d/2)$ . Для этого на выходе ЭЧД нужно включить **полосовой фильтр-интерполятор (ПФИ)**, настроенный на центральную частоту выделяемой полосы и имеющий полосу пропускания, равную ее ширине (рис. 10.6). При этом возможен перенос как обеих боковых полос спектра сигнала, так и одной его боковой полосы.

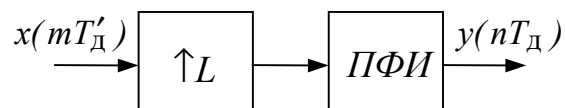


Рис. 10.6. Структурная схема ВДС с переносом спектра сигнала



**Переносу обеих полос спектра** соответствуют центральные частоты ПФИ  $f_i = if'_d$ ,  $i = 1, 2, \dots [L/2]_{\text{ц.ч.}}$ , где  $[L/2]_{\text{ц.ч.}}$  — целая часть отношения  $L/2$ , определяющая число дискретных частот (каналов), на которые может быть смещен спектр обрабатываемого сигнала. Полоса пропускания фильтра в этом случае должна быть равна частоте  $f'_d$ :  $\Delta f_{\text{п}} = f'_d$ .

**Перенос одной боковой полосы спектра** осуществляется с помощью ПФИ, имеющего полосу пропускания  $\Delta f_{\text{п}} = f'_d / 2$  и центральную частоту  $f_i = if'_d / 2 + f'_d / 4$ ,  $i = 1, 2, \dots L - 1$ , где  $(L - 1)$  соответствует числу дискретных частот, на которые возможно смещение спектра сигнала (рис. 10.7, а). В результате переноса получается вещественный однополосный сигнал (рис. 10.7, б). Нечетным значениям  $i$  соответствует инверсный спектр сигнала. Для преобразования его в прямой сигнал  $y(n)$  нужно умножить на  $(-1)^n$  (см. главу 9).

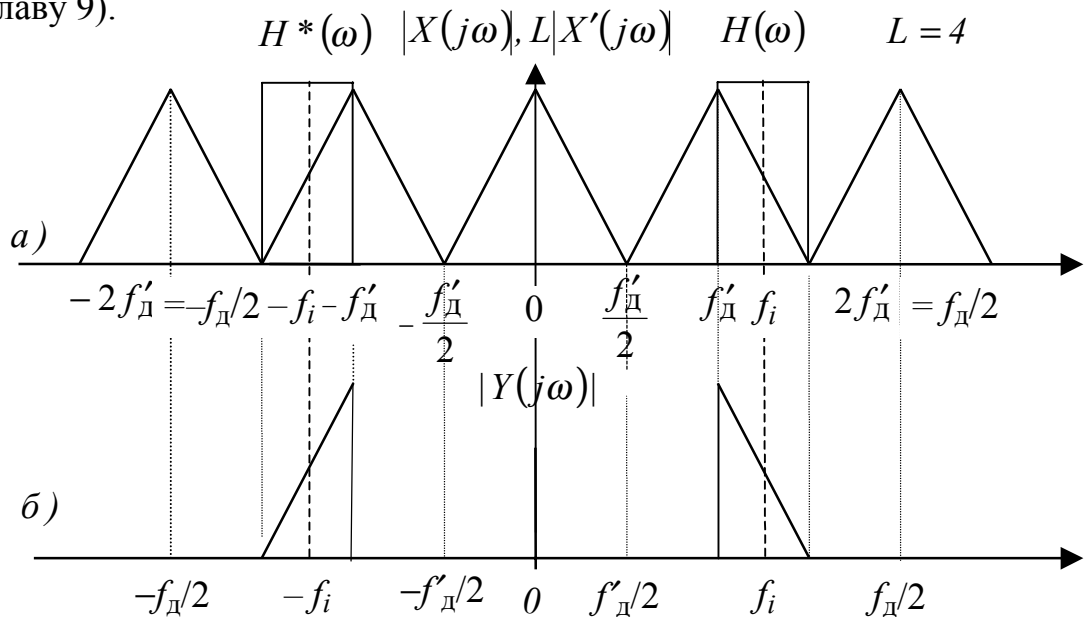


Рис. 10.7. Частотные диаграммы переноса одной боковой полосы спектра

## 10.2.3. ТРЕБОВАНИЯ К ЦИФРОВЫМ ФИЛЬТРАМ-ИНТЕРПОЛЯТОРАМ

Спектр интерполируемого сигнала предполагает наличие защитных полос вблизи частоты  $f'_d/2$ , а в некоторых случаях и вблизи частоты  $f = 0$  (рис. 10.8).

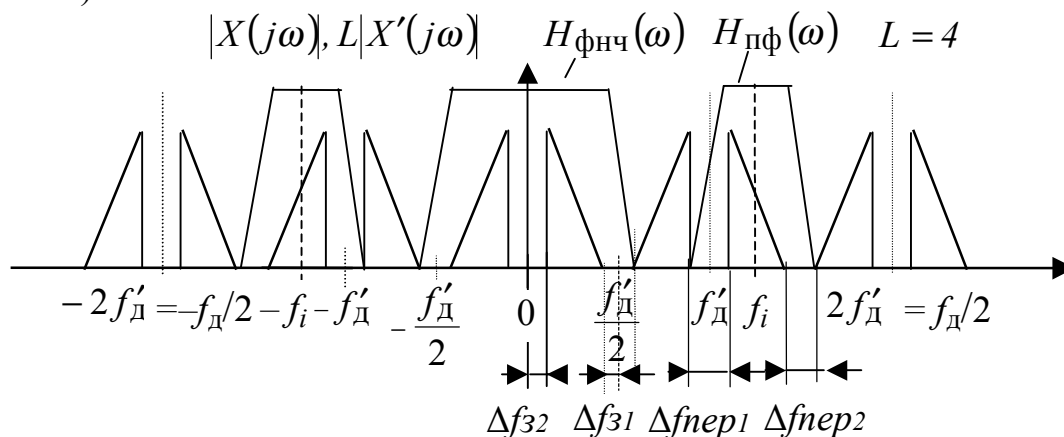


Рис. 10.8. Частотные диаграммы для определения переходной полосы цифрового фильтра-интерполятора

Ими определяются значения переходных полос фильтров-интерполяторов нижних частот:  $\Delta f_{\text{пер}} = 2\Delta f_{31}$  и полосовых фильтров-интерполяторов:  $\Delta f_{\text{пер}1} = 2\Delta f_{31}$ ,  $\Delta f_{\text{пер}2} = 2\Delta f_{32}$  при переносе спектра с выделением одной боковой полосы. **Требуемый порядок фильтра** зависит от отношения переходной полосы к частоте дискретизации  $f_d$ , на которой работает фильтр-интерполятор:  $\gamma = \Delta f_{\text{пер}} / f_d = \Delta f_{\text{пер}} / f'_d L$ . Чем меньше это отношение, т. е. чем больше коэффициент интерполяции  $L$ , тем выше требования к ЦФ. Для чаще используемых в ВДС **нерекурсивных цифровых фильтров (НЦФ)** с линейной ФЧХ переходная полоса частотной характеристики связана с параметрами фильтра соотношением:  $\Delta f_{\text{пер}} = D f'_d / N = D f'_d L / N$ , в котором константа  $D \geq 2$  зависит от используемого метода синтеза ЦФ (так называемый  $D$ -фактор). Отсюда требуемый порядок (длина импульсной характеристики) фильтра  $N = D f'_d L / \Delta f_{\text{пер}}$ . Например, фильтр на основе весовой функции Хэмминга при  $f'_d = 8$  кГц,  $L = 14$ ,  $f_d = 112$  кГц,  $\Delta f_{\text{пер}} = 0,6$  кГц должен иметь достаточно большой порядок  $N \geq 780$ .

## 10.2.4. МНОГОКРАТНЫЕ ВДС

В многократных ВДС повышение частоты дискретизации осуществляется поэтапно или многократно. Это возможно при значениях коэффициентов повышения частоты дискретизации  $L$ , представляемых произведением  $K$  целых чисел:  $L = L_1, L_2, \dots, L_K$  (рис. 10.9,  $K = 2$ ).

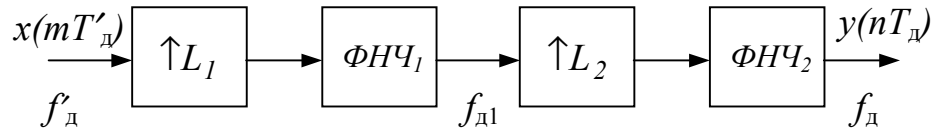


Рис. 10.9. Структурная схема многократной ВДС

Можно показать, что многократное повышение частоты дискретизации позволяет существенно снизить требования к цифровым фильтрам. Пусть  $f'_д = 8$  кГц,  $L = 14$ ,  $f_д = 112$  кГц,  $\Delta f_{пер} = 0,6$  кГц и используется НЦФ с весовой функцией Хэмминга ( $D = 4$ ). Представим  $L$  произведением двух сомножителей:  $L = 14 = 2 \cdot 7$ , что соответствует двукратной ВДС с коэффициентами  $L_1 = 2$  и  $L_2 = 7$ . Для первого ЦФ нижних частот  $\Delta f_{пер1} = 0,6$  кГц (рис. 10.10, а),  $f_{д1} = L_1 f'_д = 16$  кГц,  $N_1 = D f'_д L_1 / \Delta f_{пер1} \approx 107$ .

В результате однократного повышения частоты дискретизации допустимая переходная полоса для второго ФНЧ2 расширяется до  $\Delta f_{пер2} = \Delta f_{пер1} + f'_д = 8,6$  кГц (рис. 10.10, б), что соответствует требуемой длине второго фильтра  $N_2 = D f_д / \Delta f_{пер2} \approx 52$ .

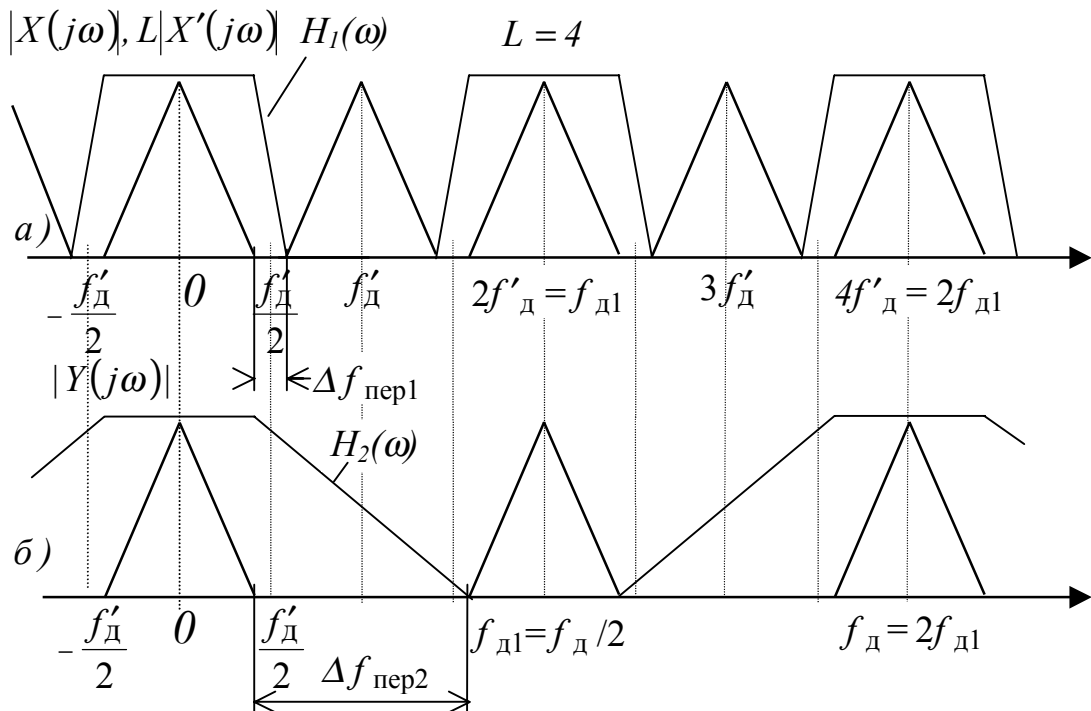


Рис.10.10. Частотные диаграммы сигналов двукратной ВДС

Общий объем вычислений и памяти фильтров двукратной ВДС составляет  $N = N_1 + N_2 = 159$ . Это примерно в 4,9 раза меньше, чем для однократной системы, где  $N = 780$ .

### 10.2.5. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ В ВДС

При использовании в ВДС нерекурсивных ЦФ возможно упрощение их реализации или уменьшение объема вычислений за счет исключения операций с нулевыми отсчетами, имеющими место во входном сигнале. Для РЦФ эта особенность обрабатываемого сигнала не влияет на их реализацию, так как наряду с входным сигналом ими обрабатываются и предыдущие отсчеты выходного сигнала  $y(n)$ .

На рис. 10.11 приведена структура ВДС с НЦФ, имеющим дуальную форму реализации [18].

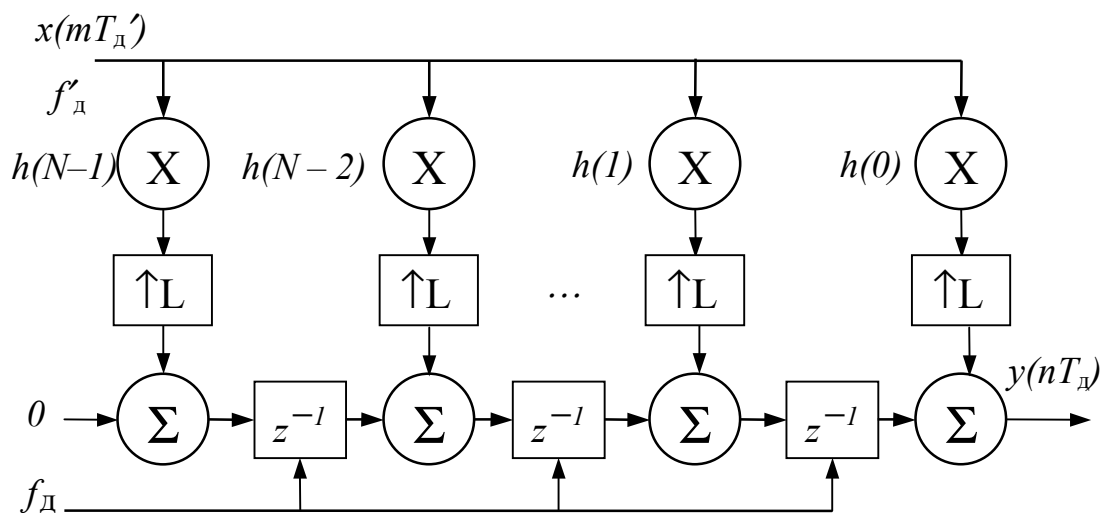


Рис. 10.11. Структура ВДС с НЦФ, имеющим дуальную форму реализации

Умножители такого НЦФ работают с низкой частотой дискретизации, сумматоры и память – с высокой. При аппаратной реализации фильтра в  $L$  раз снижается требуемое быстродействие умножителей, а при программной в  $L$  раз сокращается число операций умножения на один отсчет выходного сигнала:  $K_{\text{умн}(1)} = N/L$ .

Другая структура ВДС (рис. 10.12) с мультиплексной реализацией НЦФ имеет в  $L$  раз меньшее число умножителей, элементов памяти и сумматоров. Тактирование памяти в ней осуществляется низкой частотой дискретизации, а умножителей, работающих в мультиплексном режиме, – высокой. С этой же скоростью работают и сумматоры фильтра. С мультиплексируемым входом коэффициентов каждого умножителя связаны  $L$  регистров памяти, содержащих  $L$  коэффициентов фильтра – отсчетов импульсной характеристики

$h(n)$  (рис. 10.12). Они циклически с частотой дискретизации  $f_d$  подключаются ко входам умножителей. На каждом  $L$ -м такте производится сдвиг сигнальной памяти фильтра и ввод следующего отсчета сигнала  $x(mT'_d)$ . В данной структуре предполагается кратность длины импульсной характеристики  $N$  и коэффициента интерполяции  $L$ .

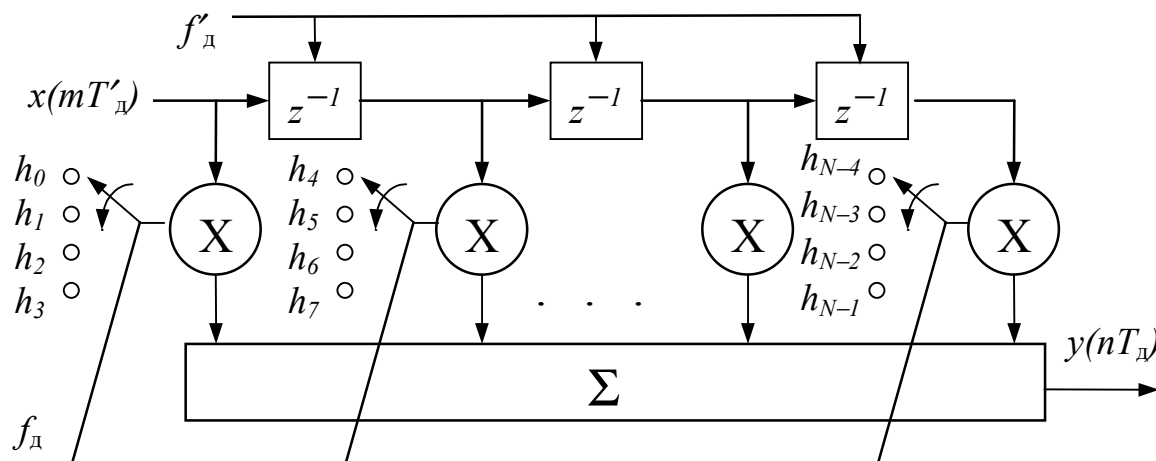


Рис. 10.12. Структура ВДС с мультиплексным НЦФ

Математически алгоритм работы фильтра описывается дискретной временной сверткой вида:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{(N/L)-1} h(iL + n - [n/L]_{\text{цч}} L) x([n/L]_{\text{цч}} - i),$$

где целая часть отношения  $[n/L]_{\text{цч}} = m$  соответствует текущему номеру отсчета входного сигнала  $x(mT'_d)$ .

Граф-схема алгоритма программной реализации ВДС на основе мультиплексного НЦФ приведена на рис. 10.13. Последние операции на граф-схеме соответствуют циклическому сдвигу сигнальной памяти фильтра после вычисления каждого  $L$  отсчетов выходного сигнала.

Структура ВДС с мультиплексной реализацией НЦФ требует минимальных аппаратных затрат, а при программной реализации – минимального объема вычислений:  $(N/L)$  операций умножения и сложения на каждый отсчет сигнала и  $(N/L)$  ячеек сигнальной памяти.

В соответствии со структурной схемой рис. 10.12 выполнена специализированная БИС SAA-7030 фирмы Philips [21], используемая в лазерных проигрывателях компакт-дисков (CD-плейерах). Она выполняет функции передискретизации (экспандера частоты дискретизации), ограничения полосы частот сигнала (цифрового нерекурсивного фильтра-интерполятора) и уменьшения шума квантования с помощью обратной связи (см. п. 10.2.7). Микросхема

имеет следующие характеристики:  $N = 96$ ;  $L = 4$ ;  $f'_д = 44,1$  кГц;  $f_д = 176,4$  кГц, число элементов памяти 24. На вход микросхемы поступают 16-разрядные отсчеты сигнала, которые умножаются на 12-разрядные коэффициенты фильтра без ограничения разрядности произведений, составляющей 28 бит и соответствующей разрядности отсчетов выходного сигнала.

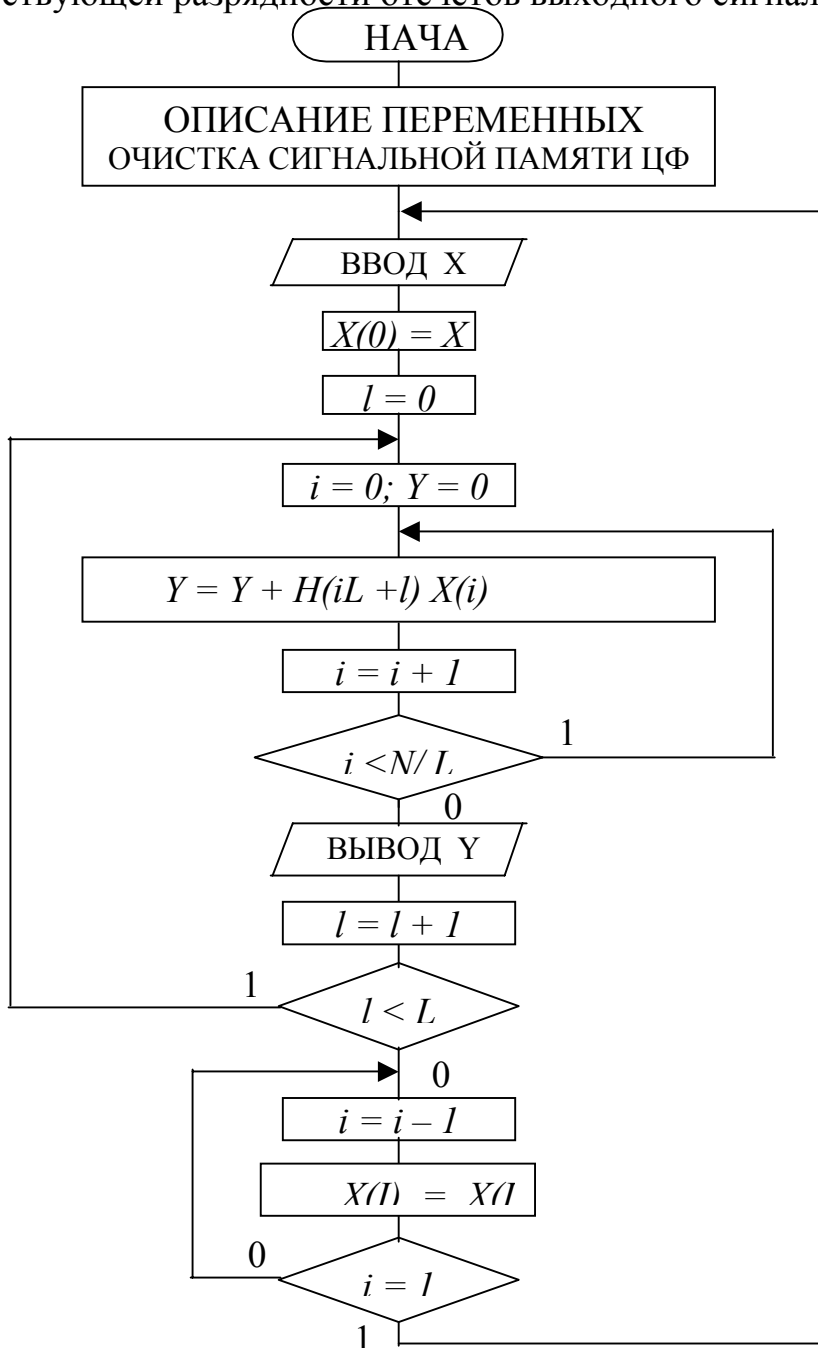


Рис.10.13. Граф-схема алгоритма программной реализации ВДС на основе мультиплексного НЦФ

### 10.2.6. ПОДСИСТЕМА ВЫВОДА АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ С ПОВЫШЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Принцип интерполяции используется для высококачественного вывода аналоговых сигналов в цифровых синтезаторах сигналов, в устройствах воспроизведения цифровой звукозаписи (звуковых картах персональных компьютеров, CD-плеерах [21–23]). Применение интерполяции позволяет снизить требования к аналоговому сглаживающему фильтру нижних частот (АФНЧ), уменьшить вносимые им частотные искажения, а также снизить уровень шумов квантования в выходном сигнале. Структурная схема одной из подсистем вывода, применяемой в проигрывателях компакт-дисков [21], приведена на рис. 10.14.

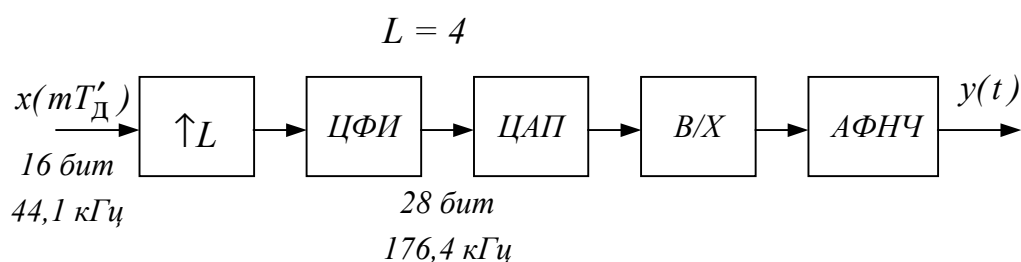


Рис. 10.14. Структура подсистемы вывода аналоговых сигналов с интерполяцией сигнала

Преобразуемый ею цифровой сигнал  $x(mT'_d)$  разрядностью 16 бит имеет частоту дискретизации  $f'_d = 44,1$  кГц (стандартную для цифровых аудиосистем), коэффициент интерполяции  $L = 4$ , что соответствует частоте дискретизации интерполированного сигнала  $y(n)$   $f_d = 176,4$  кГц. Экспандер частоты дискретизации и цифровой фильтр-интерполятор (ЦФИ) выполнены на основе упомянутой выше БИС SAA-3070. Ее выходной сигнал имеет разрядность 28 бит. С помощью ЦАП он преобразуется в аналоговую форму. Выходное напряжение ЦАП после завершения переходных процессов фиксируется в устройстве выборки-хранения (УВХ) и сглаживается аналоговым ФНЧ.

Выходной сигнал ЦФИ в данной схеме имеет спектр, соответствующий рис. 10.15.

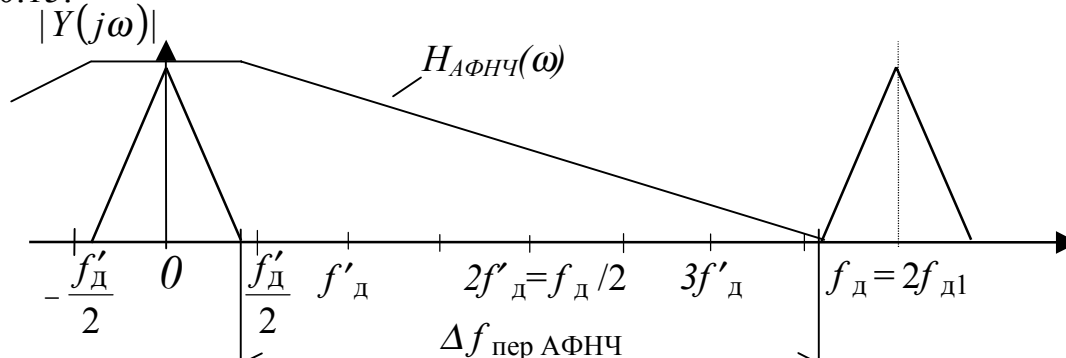


Рис. 10.15. Частотные диаграммы для подсистемы аналогового вывода

Он периодичен с частотой  $f_d = 176,4$  кГц и ограничен полосой, примерно равной  $f'_d/2$  (более точно – 20,5 кГц). Частотная характеристика ЦФИ имеет подъем на границе полосы пропускания, компенсирующий спады частотных характеристик ЦАП и АФНЧ (так называемое предискажение сигнала). Задача ЦАП и АФНЧ заключается в депериодизации спектра цифрового сигнала, т. е. подавлении составляющих на частотах, кратных частоте дискретизации  $f_d$  ( $f_d$ ,  $2f_d$  и т. д.). ЦАП имеет частотные свойства фильтра-интерполятора нулевого порядка, рассмотренные в главе 1 [40]. Возможная АЧХ АФНЧ показана на рис. 10.15. Фильтр имеет частоту среза  $f_c = 20$  кГц и достаточно большую (за счет повышения частоты дискретизации) переходную полосу  $\Delta f_{\text{пер}} = 136,4$  кГц. Даже при большом требуемом затухании в полосе задерживания такой фильтр реализуется достаточно просто и вносит малые искажения сигнала в полосе частот (0–20) кГц. В приводимом примере подсистемы аналогового вывода АФНЧ представляет фильтр Бесселя 3 порядка с затуханием АЧХ –18 дБ/октаву и практически линейной ФЧХ. Общее затухание, создаваемое ЦАП и АФНЧ, составляет около 50 дБ.

В подсистемах вывода без передискретизации сигнала для получения тех же характеристик используются сложные в изготовлении и настройке АФНЧ 9, 12 и более высокого порядка [21, 22].

В современных подсистемах вывода коэффициент передискретизации достигает значений (128–256), а применение принципа сигма-дельта модуляции [24, 25] позволяет уменьшить разрядность ЦАП до 1 бита. Примером реализации таких подсистем является БИС SAA7320 [22].

#### 10.2.7. ШУМОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДСИСТЕМ АНАЛОГОВОГО ВЫВОДА С ПОВЫШЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Качество подсистем аналогового вывода связано также с уровнем собственных шумов квантования, вызываемых конечной разрядностью ЦАП, меньшей, как правило, разрядности преобразуемого цифрового сигнала (соответственно 14 и 28 бит для подсистемы рис. 10.14). Применение передискретизации улучшает отношение сигнала к шуму квантования за счет расширения основной полосы частот шума до значения  $f_d$  и уменьшения в  $L$  раз его спектральной плотности мощности  $P_{\text{ш(пд)}}(f)$ :

$$P_{\text{ш(пд)}}(f) = P_{\text{ш}}(f)/L = \sigma_e^2 / (L f_d) = 2^{-2q_{\text{цап}}} / (12 f_d),$$

где  $\sigma_e^2$  – мощность шума квантования ЦАП. Улучшение отношения сигнала к шуму квантования по мощности в полосе полезного сигнала ( $0 - f'_d/2$ ) составит за счет передискретизации  $\Delta(C/Ш)_{\text{пд}} = 10 \lg L$ , дБ. При  $L = 4$   $\Delta(C/Ш)_{\text{пд}} = 6$  дБ.

Дополнительное повышение отношения сигнала к шуму квантования достигается с помощью так называемой шумовой коррекции или шумовой обратной связи [21]. Ее идея заключается в вытеснении спектра шума кван-



тования в область частот, превышающих  $f'_d/2$ , где они эффективно подавляются с помощью АФНЧ. Достижимое в результате улучшение отношения сигнал-шум по мощности определяется как [21]:

$$\Delta(C/Ш)_{oc} = 10 \lg \left[ 2 \left( 1 - \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \right) \right], \quad (10.5)$$

где  $\theta_0 = 2\pi(\Delta f_c/f'_d)$ ,  $\Delta f_c$  – полоса частот сигнала. При  $L = 4$ ,  $\Delta f_c = 20$  кГц  $\Delta(C/Ш)_{oc} = 8,4$  дБ.

Общее отношение мощности сигнала к мощности шума квантования при разрядности ЦАП 14 бит для рассматриваемой подсистемы вывода составляет:

$$(C/Ш)_P = q_{\text{ван}} \cdot 6 + 1,76 + 6 + 8,4 = 100,2 \text{ дБ.}$$

Реально за счет собственных шумов аналоговых элементов и конечного затухания АФНЧ оно оказывается несколько меньше.

На рис. 10.16, а показана структурная схема реализации шумовой обратной связи, а на рис. 10.16, б – графики спектральной плотности мощности (СПМ) шума квантования без обратной связи и с обратной связью по шуму квантования [21].

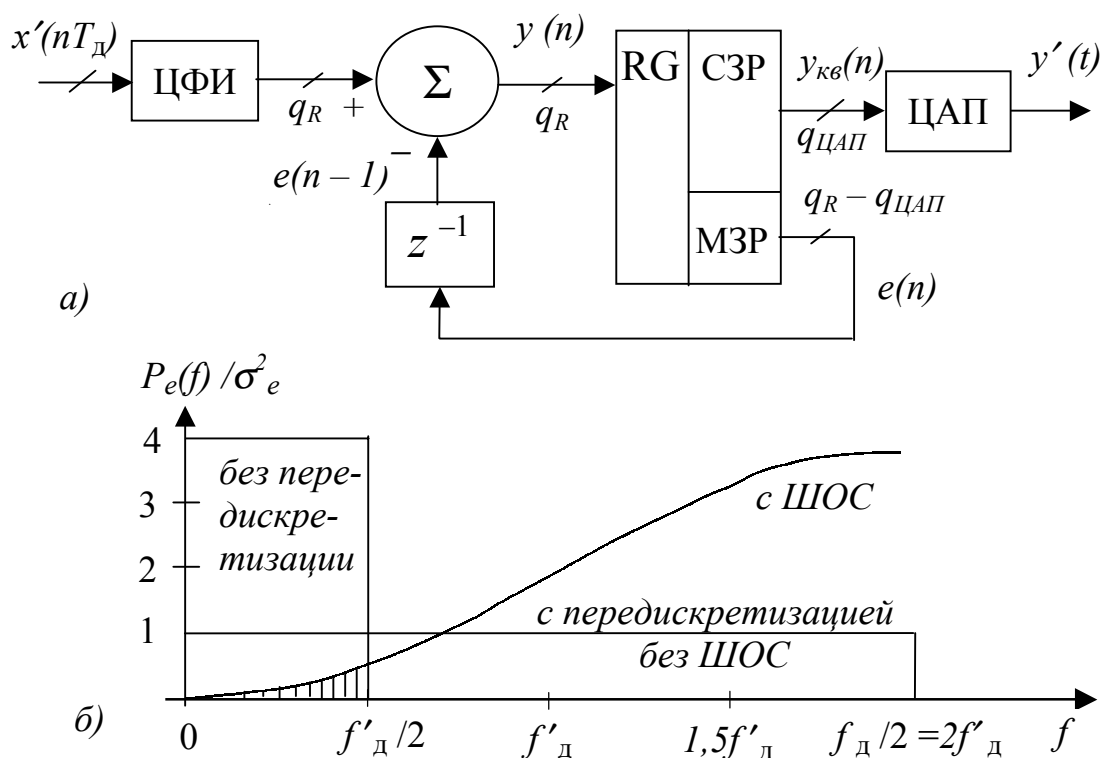


Рис. 10.16. Структурная схема реализации шумовой обратной связи (а) и графики спектральной плотности мощности (СПМ) шума квантования (б)

Элементами шумовой обратной связи являются сумматор, регистр  $RG$  и элемент задержки  $z^{-1}$ . “Точный” (скорректированный) цифровой сигнал  $y(n)$  разрядностью  $q_R = 28$  бит на выходе сумматора получается вычитанием из сигнала  $x(n)$  с выхода ЦФИ разрядностью  $q_R$  бит предыдущего отсчета сигнала ошибки  $e(n-1)$  с выхода элемента задержки  $z^{-1}$ :  $y(n) = x(n) - e(n-1)$ . Разделение “точного” сигнала  $y(n)$  на старшие  $q_{\text{цап}}$  бит (СЗР), поступающие на ЦАП (квантованный сигнал  $y_{\text{кв}}(n)$ ), и младшие  $(q_R - q_{\text{цап}})$  бит (МЗР), поступающие в цепь обратной связи (сигнал ошибки  $e(n)$ ), осуществляется с помощью  $q_R$ -разрядного регистра  $RG$ , подключенного к выходу сумматора. Данные сигналы связаны соотношениями:

$$y_{\text{кв}}(n) = y(n) + e(n) = x(n) - e(n-1) + e(n) = x(n) + e_{\text{ос}}(n),$$

где  $e_{\text{ос}}(n)$  – шум квантования с учетом обратной связи. Из последнего тождества вытекает разностное уравнение для сигналов ошибки:

$$e_{\text{ос}}(n) = e(n) - e(n-1).$$

Оно соответствует НЦФ 1-го порядка с передаточной функцией  $H_{\text{ос}}(z)$ , получаемой  $z$ -преобразованием левой и правой частей разностного уравнения:

$$E_{\text{ос}}(z) = E(z) - z^{-1}E(z); \quad H_{\text{ос}}(z) = E_{\text{ос}}(z)/E(z) = 1 - z^{-1}.$$

Фильтр имеет нуль на частоте  $\omega = 0$  и описывается частотной характеристикой цифрового ФВЧ  $H_{\text{ос}}(j\omega) = e^{-j\omega T_d/2} (1 - \cos \omega T_d)$  с максимумом АЧХ  $|H_{\text{ос}}(j\omega)|_{\text{max}} = 2$  на частоте  $\omega = \omega_d/2$ . Квадрат модуля частотной характеристики фильтра  $|H_{\text{ос}}(j\omega)|^2 = 2(1 - \cos \omega T_d)$  определяет зависимость СПМ шума квантования с обратной связью (рис. 10.16, б). Путем интегрирования СПМ находится значение мощности шума квантования в полосе частот  $(0-f_c)$  полезного сигнала:

$$\sigma_{\text{ш(ос)}}^2 = P_{\text{ш(пд)}}(f) \int_0^{f_c} |H_{\text{ос}}(jf)|^2 df = 2\sigma_{\text{е}}^2 (f_c / f_d) \left[ 1 - \left( \frac{\sin \frac{2\pi f_c}{f_d}}{\frac{2\pi f_c}{f_d}} \right) \right].$$

Мощность шума квантования без обратной связи в той же полосе частот  $(0-f_c)$  составляет:  $\sigma_{\text{ш}}^2 = P_{\text{ш(пд)}}(f) \cdot f_c = \sigma_{\text{е}}^2 (f_c / f_d)$ . Отношением мощностей  $\sigma_{\text{ш(ос)}}^2 / \sigma_{\text{ш}}^2 = 2 \left[ 1 - \left( \frac{\sin \frac{2\pi f_c}{f_d}}{\frac{2\pi f_c}{f_d}} \right) \right]$  и определяется достигаемое за счет обратной связи улучшение отношения мощности сигнала к шуму квантования  $\Delta(C/\text{Ш})_{\text{ос}}$  (10.5), которое было использовано выше.

Вводя дополнительные нули передаточной функции фильтра обратной связи в полосе частот сигнала  $(0-f_c)$ , можно достичь еще большего выигрыша за счет шумовой обратной связи, улучшающего качество подсистемы аналогового вывода [8].

Улучшение шумовых характеристик подсистем вывода за счет смещения спектра шумов из слышимой области за ее пределы достигается также с по-

мощью сигма-дельта модуляции, преобразующей параллельные коды отсчетов сигнала в однобитовый цифровой поток, который преобразуется в аналоговый сигнал с помощью одноразрядного ЦАП и аналогового фильтра невысокого порядка. С целью декорреляции шума квантования к цифровому сигналу добавляется также однобитовый шумоподобный сигнал. Данные способы эффективно использованы в упомянутой выше БИС SAA7320, частота дискретизации которой после 256-кратного повышения составляет 11,2896 МГц, сглаживание выходного сигнала однобитового ЦАП осуществляется аналоговым фильтром Баттерворта 3-го порядка [22].

#### 10.2.8. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СИГНАЛОВ КОНЕЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ДПФ

При фильтровом способе интерполяции последовательностей  $x(mT'_d)$  конечной длительности  $T_x = N_1 T'_d$  часть отсчетов интерполированного сигнала  $y(n)$ , равная  $N_2$  – длине импульсной характеристике НЦФ и соответствующая первым  $N_2 / L$  отсчетам входной последовательности – будет искажена переходными процессами в фильтре. При этом точно интерполирована будет только часть входной последовательности длительностью  $(N_1 - (N_2 / L))T'_d$ , начиная с ее  $(N_1 - (N_2 / L))$ -го отсчета.

Эти недостатки отсутствуют при интерполяции последовательностей конечной длины с помощью ДПФ. Для этого вычисляется ДПФ последовательности  $x(mT'_d)$  по числу точек  $N_1$ :

$$X(jk) = \sum_{m=0}^{N_1-1} x(mT'_d) e^{-j(2\pi/N_1)km}, \quad k = 0, 1, \dots, N_1 - 1.$$

Далее формируется новая ДПФ-последовательность  $X'(jk)$ , являющаяся периодическим  $L$ -кратным продолжением последовательности  $X(jk)$  и соответствующая дискретизированному спектру сигнала  $x'(nT'_d)$ :

$$X'(jk) = X\{j(k - [k/N_1]_{\text{цн}})\}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1; \quad N = L N_1.$$

При **интерполяции без переноса спектра** все частотные выборки с номерами  $(N/2) < k < N - (N/2)$  обнуляются. По оставшимся  $N_1$  ненулевым частотным выборкам последовательности  $X'(jk)$  с номерами  $0 \leq k \leq (N/2)$  и  $N - (N/2) \leq k \leq N - 1$  вычисляется  $N$ -точечное ДПФ, которое и соответствует интерполированному сигналу  $y(n)$ :

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X'(jk) e^{j(2\pi/N)kn}, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1.$$

В случае нечетного значения  $N_1$  предел  $N_1 / 2$  нужно заменить выше на  $(N_1 - 1) / 2$ .

С учетом комплексной сопряженности частотных выборок с номерами  $k$  и  $N - k$ , т. е.  $X'(jk) = X'^*[j(N - k)]$  выражение для ОДПФ приводится к виду:

$$y(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{(N_1/2)-1} \left[ X'_{Re}(jk) \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) - X'_{Im}(jk) \sin\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) \right] + \frac{1}{N} \left[ X'(j0) + X'\left(j\frac{N_1}{2}\right) \right],$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1.$$
(10.6)

В случае нечетного значения  $N_1$  предел  $(N_1/2) - 1$  нужно заменить на  $(N_1 - 1)/2$ , а последнее слагаемое  $X'(j(N_1/2))$  приравнять нулю.

При **интерполяции с переносом спектра** ненулевыми принимаются  $(N_1/2)$  частотных выборок спектра  $X'(jk)$  с номерами  $i(N_1/2) \leq k \leq (i+1)(N_1/2)$ , соответствующими выделяемой боковой полосе спектра  $i = 1, 2, \dots, (L-1)$  в диапазоне частот  $(0-f_d/2)$ , по которым с помощью (10.6) и вычисляется  $N$ -точечное ОДПФ  $y(n)$ , соответствующее интерполированному вещественному сигналу с одной боковой полосой.

Предлагается **самостоятельно** исследовать вопрос о применении алгоритмов БПФ для задач интерполяции сигналов в ВДС.

### 10.3. НИСХОДЯЩИЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ. ДЕЦИМАЦИЯ СИГНАЛОВ

#### 10.3.1. СТРУКТУРА НИСХОДЯЩЕЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ. ВРЕМЕННОЕ И СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛОВ

Понижение частоты дискретизации в нисходящей дискретной системе (НДС) осуществляется путем взятия из сигнала с высокой частотой дискретизации  $f_d$  каждой  $M$ -й выборки, которые и образуют сигнал с низкой частотой дискретизации  $f'_d = f_d/M$ . Понижение частоты дискретизации называют также **прореживанием** или **децимацией** сигнала [7, 11, 18]. Операция понижения частоты дискретизации реализуется **компрессором частоты дискретизации** (КЧД), обозначаемым на структурных схемах символом  $\downarrow M$ . Сигналы на его входе  $x'(nT_d)$  и выходе  $y(mT'_d)$  (рис. 10.17) связаны соотношением:

$$y(mT'_d) = \begin{cases} x'(nT_d) & \text{при } n = mM, \\ 0 & \text{при } n \neq mM. \end{cases} \quad (10.7)$$

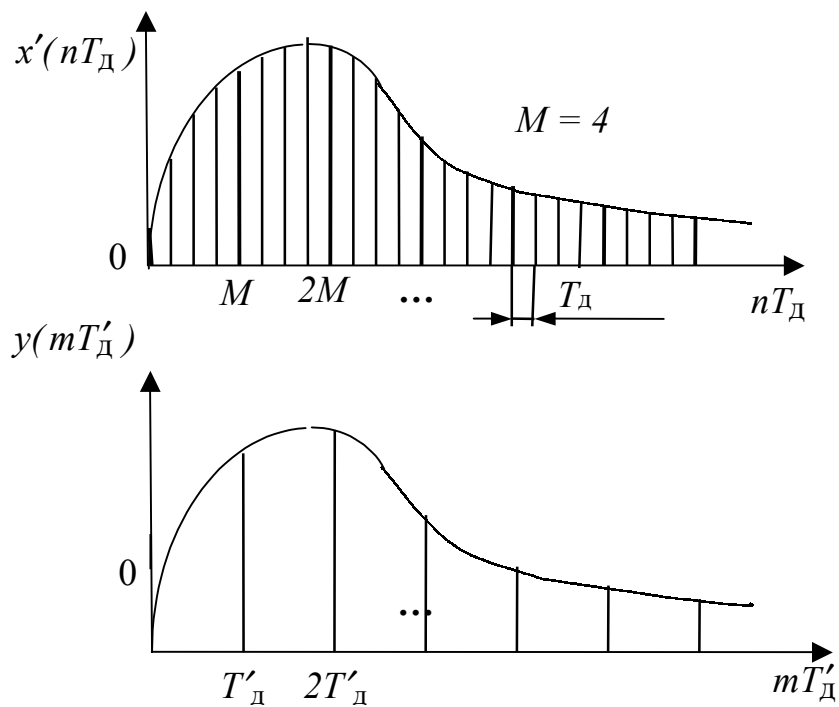


Рис. 10.17. Временные диаграммы сигналов КЧД

Понижение частоты дискретизации приводит к периодизации спектра сигнала  $x'(nT_d)$  с низкой частотой дискретизации  $f'_d$ :

$$Y(j\omega) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X'[j(\omega - k\omega'_d)] \quad (10.8)$$

Спектр выходного сигнала  $Y(j\omega)$  в основной полосе его частот ( $\pm\omega'_d/2$ ) определяется суммой  $M$  смещенных на  $k\omega'_d$  спектров сигнала  $x'(nT_d)$ . Коэффициент  $(1/M) = (T_d/T'_d)$  в (10.8) обусловлен различием размерных масштабирующих множителей  $T'_d$  и  $T_d$  для спектральных плотностей обоих сигналов. Если полоса частот входного сигнала КЧД превышает ( $\pm\omega'_d/2$ ), то происходит  $M$ -кратное перекрытие (наложение) спектров  $X'(j\omega)$  в этой полосе (как и при дискретизации аналогового сигнала с максимальной частотой спектра  $\omega_m > \omega'_d/2$ ). Этому случаю соответствует показанная на рис. 10.18, б диаграмма спектра сигнала КЧД, полученного непосредственно понижением в  $M$  раз частоты дискретизации входного сигнала НДС  $x(nT_d)$ , спектр которого  $X(j\omega)$  имеет полосу ( $\pm\omega_d/2$ ) (рис. 10.18, а).

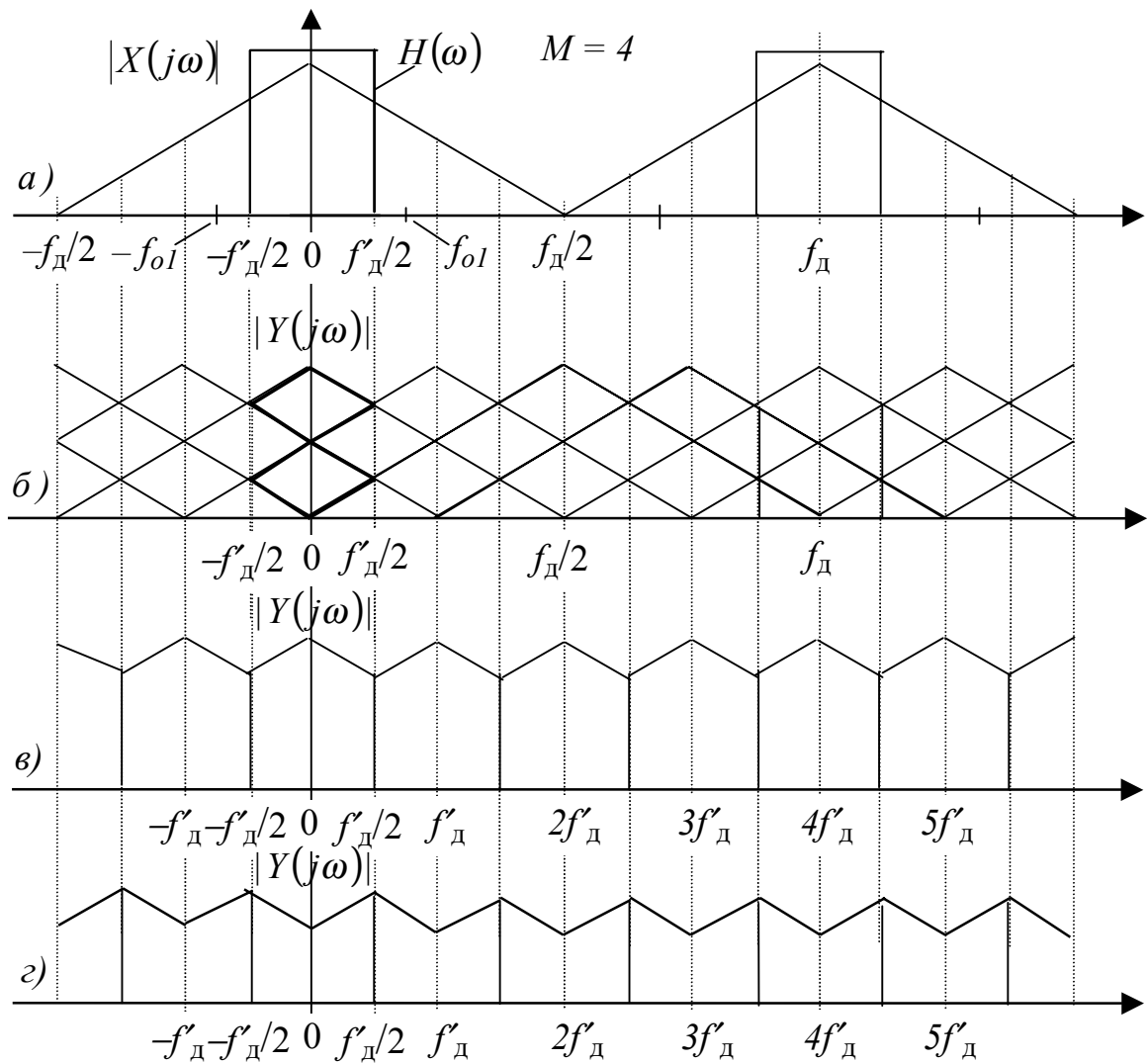


Рис. 10.18. Спектральные диаграммы сигналов НДС

Спектр прореженного сигнала  $y(mT'_d)$  не совпадает здесь ни с одной из условных полос спектра сигнала  $x(nT_d)$ .

Поэтому понижению частоты дискретизации сигналов с широкой полосой спектра ( $\pm\omega_d/2$ ) должно предшествовать ограничение их полосы до значения равного или меньшего ( $0\pm\omega'_d/2$ ), которое выполняется с помощью цифрового ФНЧ. Этому отвечает общая структурная схема НДС, приведенная на рис. 10.19.

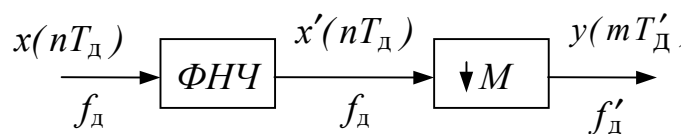


Рис. 10.19. Общая структурная схема НДС

ФНЧ с частотной характеристикой  $H(j\omega)$  (рис. 10.18, а) вырезает из спектра  $X(j\omega)$  входного сигнала  $x(nT_d)$  полосу частот  $(0 \pm \omega'_d/2)$ , определяющую спектр сигнала  $x'(nT_d)$  на выходе фильтра:  $X'(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$  (рис. 10.18, в). В результате вызываемой КЧД периодизации этого спектра с периодом  $\omega'_d$  соседние полосы его в спектре выходного сигнала  $y(mT'_d)$  примыкают друг к другу без взаимного перекрытия. При этом отсутствуют искажения наложения спектров, а выражение (10.8) для спектра выходного сигнала принимает вид:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{M} X'(j\omega) = \frac{1}{M} H(\omega) \cdot X(j\omega) \Big|_{|\omega| \leq \omega'_d/2}.$$

При идеальной частотной характеристике фильтра:  $H(j\omega) = M$  в полосе  $(-\omega'_d/2) \leq \omega \leq (\omega'_d/2)$  и  $H(j\omega) = 0$  за ее пределами спектры выходного и входного сигналов НДС в полосе частот  $(0 \pm \omega'_d/2)$  точно совпадают:

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \Big|_{|\omega| \leq \omega'_d/2}.$$

Отличие частотной характеристики ФНЧ от идеальной приводит к временному запаздыванию сигналов и некоторым искажениям наложения.

Системы НДС и ВДС являются дуальными, в чем можно убедиться, подав на вход НДС сигнал  $x(nT_d)$  со спектром  $X(j\omega)$ , содержащим  $M$  разделенных между собой полос шириной  $\omega'_d$  (рис. 10.20, а). На графиках рис. 10.20 показаны тонкими линиями частотная характеристика реального ФНЧ (рис. 10.20, а) и вызываемые ее неидеальностью искажения спектра сигнала (рис. 10.20, б). Графики спектров сигналов ВДС рис. 10.4 и НДС рис. 10.20 практически совпадают.

На рис. 10.21 приведена структурная схема программной реализации НДС.

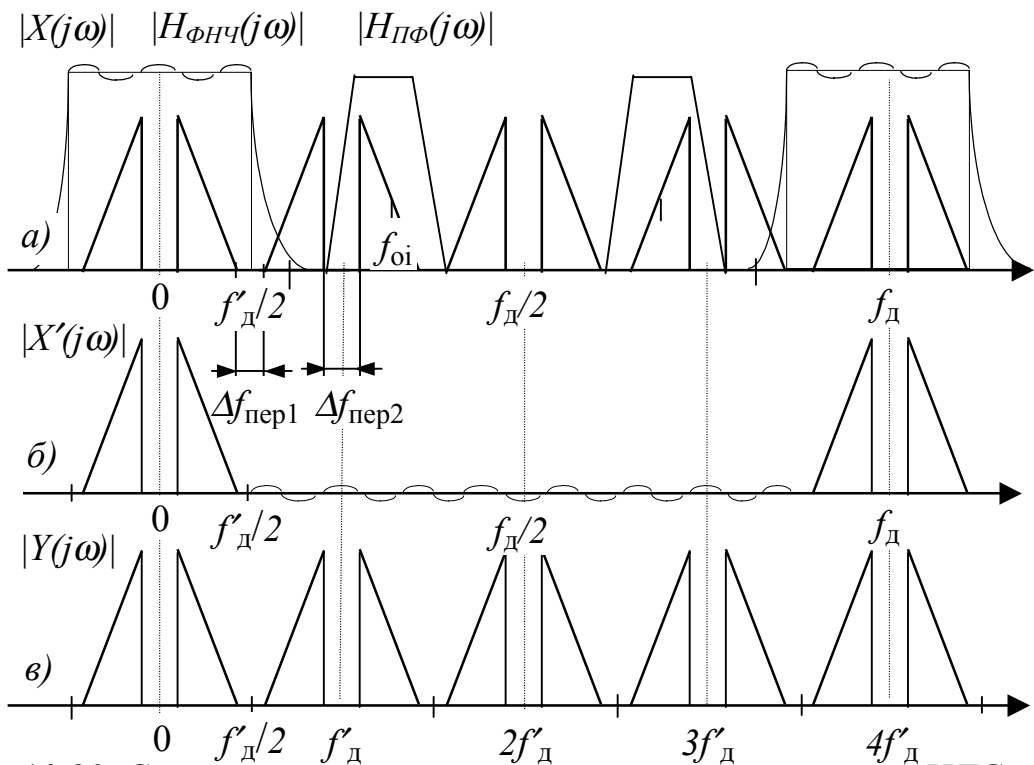


Рис. 10.20. Сопоставление спектральных диаграмм сигналов НДС и ВДС

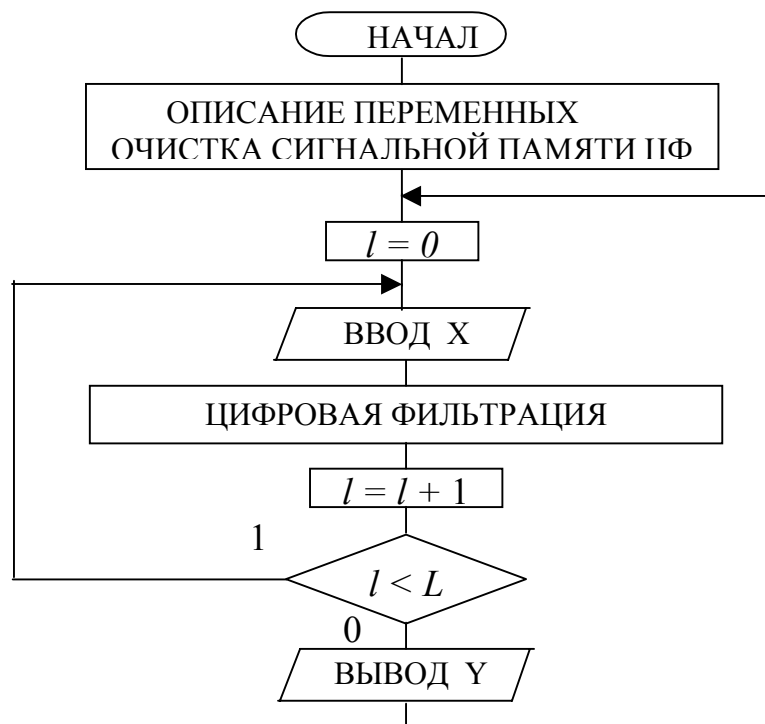


Рис. 10.21. Граф-схема алгоритма программной реализации НДС



### 10.3.2. ПЕРЕНОС СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ В НДС

Из графиков рис. 10.18, 10.20 следует, что с помощью НДС в область частот  $(0 \pm \omega'_d/2)$  сигнала  $y(mT'_d)$  с низкой частотой дискретизации  $\omega'_d$  можно без наложения спектров перенести не только выделяемую ФНЧ полосу  $(0 \pm \omega_d/2M)$  сигнала  $x(n)$  с высокой частотой дискретизации (т. е. полосу, прилегающую к нулевой частоте), но и  $(M - 1)$  других полос шириной  $\omega_d/2M$ , которые могут быть выделены полосовым фильтром (рис. 10.22).

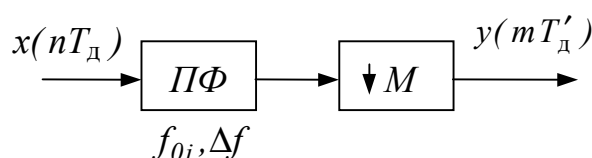


Рис. 10.22. Структурная схема НДС с переносом спектра сигнала

Центральные частоты этих полос шириной  $(\omega_d/2M)$  и соответственно полосовых фильтров определяются как  $f_{0i} = \frac{f_d}{4M} + \frac{f_d}{2M} \cdot i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M - 1$  (рис. 10.18, а, з, рис. 10.20, а). В случае нечетного значения  $i$  перенос спектра сопровождается его инверсией.

### 10.3.3. ТРЕБОВАНИЯ К ЦИФРОВЫМ ФИЛЬТРАМ В НДС

Требования к ЦФ в НДС без переноса и с переносом спектра сигнала определяются по аналогии с ВДС. Для этого нужно задать максимально возможную переходную полосу фильтра в соответствии со значениями имеющихся защитных полос в спектре сигналов (рис. 10.20, а) или допустимых полос перекрытия выделяемых фильтром спектров сигналов (рис. 10.18), приводящих к искажениям наложения. Необходимый порядок фильтра возрастает с уменьшением отношения  $\gamma = \Delta f_{\text{пер}} / f_d = \Delta f_{\text{пер}} / f'_d M$  и, следовательно, с увеличением коэффициента понижения частоты дискретизации  $M$ .

Для НЦФ порядок  $N$  определяется также, как и в ВДС:  $N = D f'_d M / \Delta f_{\text{пер}}$ , где коэффициент  $L$  заменен на  $M$ . Например, фильтр на основе весовой функции Хэмминга при  $f'_d = 8$  кГц,  $M = 14$ ,  $f_d = 112$  кГц,  $\Delta f_{\text{пер}} = 0,6$  кГц имеет тот же достаточно большой порядок  $N \geq 780$ .

### 10.3.5. МНОГОКРАТНЫЕ НДС

В многократных НДС понижение частоты дискретизации может быть поэтапным, если значение  $M$  представляется произведением  $K$  целых чисел:  $M = M_1, M_2, \dots, M_K$  (рис. 10.23,  $K = 2$ ).

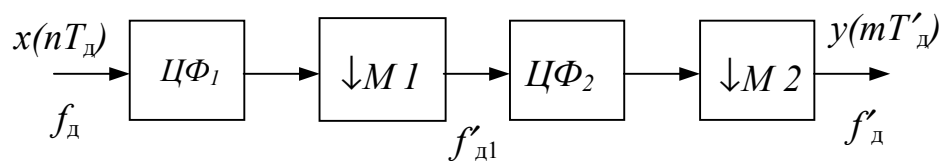


Рис. 10.23. Структурная схема многократной НДС

Это позволяет снизить общие требования к ЦФ, которые суммарно значительно ниже, чем к одному ЦФ однократной НДС.

Воспользуемся в качестве примера теми же исходными данными, что и в п. 10.2.5 для ВДС:  $f_d = 112$  кГц,  $M = 14$ ,  $f'_d = 8$  кГц,  $\Delta f_{\text{пер}} = 0,6$  кГц, цифровой фильтр – НЦФ на основе весовой функции Хэмминга ( $D = 4$ ). Представим  $M$  произведением:  $M = 14 = 7 \cdot 2$ , соответствующим двукратной НДС с коэффициентами  $M_1 = 7$  и  $M_2 = 2$ . Заметим, что порядок двукратного, как и многократного понижения частоты дискретизации:  $M_1 \geq M_2$  и т. д. обратен порядку повышения ее в ВДС, где  $L_1 \leq L_2 \dots \leq L_K$ . Для первого ЦФ нижних частот может быть выбрана широкая переходная полоса  $\Delta f_{\text{пер}1} = \Delta f_{\text{пер}} + f'_d = 8,6$  кГц (рис. 10.24, а), что соответствует требуемой длине фильтра  $N_1 = D f_d / \Delta f_{\text{пер}1} \approx 52$ . Для второго ФНЧ переходная полоса  $\Delta f_{\text{пер}2} = \Delta f_{\text{пер}} = 0,6$  кГц (рис. 10.24, б), но частота дискретизации обрабатываемого им сигнала в  $M_1$  раз меньше, поэтому его порядок  $N_2 = D f_d / M_1 \Delta f_{\text{пер}2} \approx 107$ .

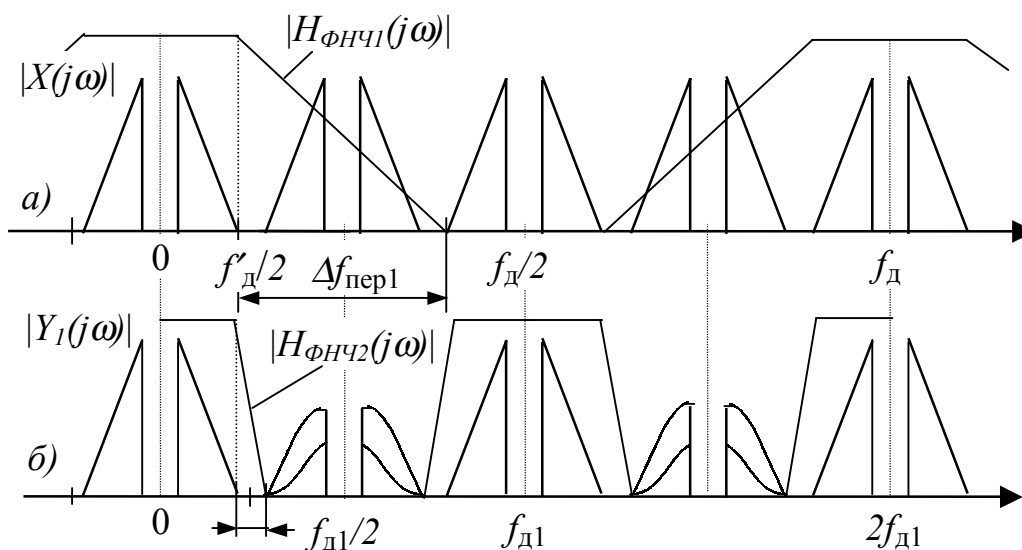


Рис. 10.24. Частотные диаграммы сигналов двукратной НДС

Общий объем вычислений и памяти фильтров двукратной НДС, как и ВДС, составляет  $N = N_1 + N_2 = 159$ . Это примерно в 4,9 раза меньше, чем для однократных систем, где  $N = 780$ .

### 10.3.6. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ В НДС

При использовании в НДС нерекурсивных ЦФ можно упростить их реализацию или уменьшить объем вычислений за счет исключения операций с отсчетами, подлежащими прореживанию компрессором частоты дискретизации, что является принципиально невозможным для РЦФ.

Одна из структурных схем НДС, учитывающая указанные особенности работы НЦФ, приведена на рис. 10.25.

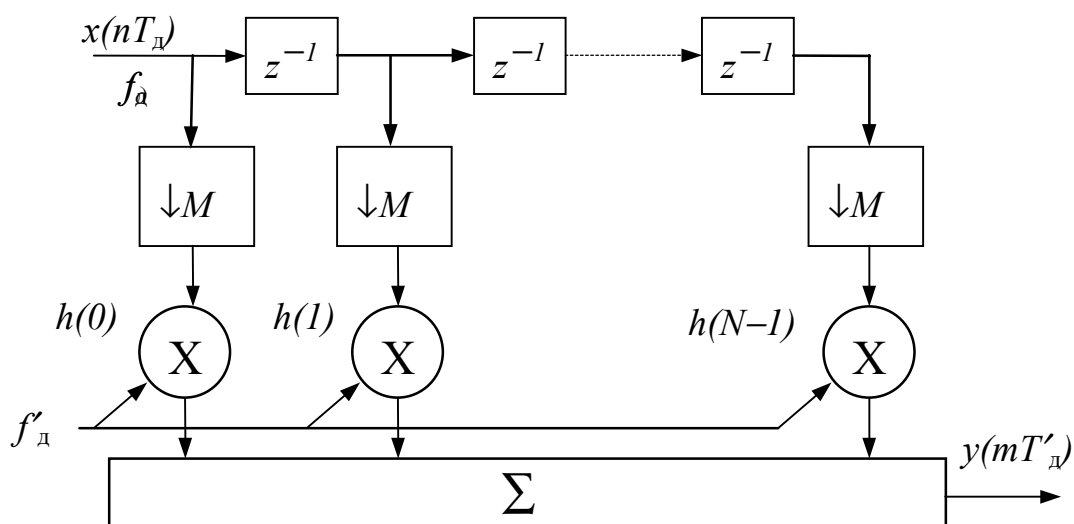


Рис. 10.25. Структурная схема НДС на основе нерекурсивного цифрового фильтра

Число элементов данной схемы, как и без прореживания, равно порядку фильтра  $N$ , но только элементы памяти ее работают с высокой частотой дискретизации, остальные же элементы – умножители и сумматоры – с низкой. При программной реализации число операций умножения и сложения на один отсчет сигнала составляет  $N/M$ .

Граф-схема алгоритма программной реализации НДС по структурной схеме рис. 10.25 приведена на рис. 10.26. Она включает ввод отсчетов входного сигнала с тактовой частотой  $f_d$ , сдвиг сигнальной памяти  $X(i)$  на каждом такте ввода и вычисление отсчета выходного сигнала на каждом  $M$ -м такте ввода, т. е. каждом такте вывода с частотой  $f'_d$ . При реализации на основе конкретных процессорных средств целесообразно использовать кольцевой способ адресации сигнальной памяти [26], не требующий ее физического сдвига, снижающего общую скорость обработки (см. главу 12).

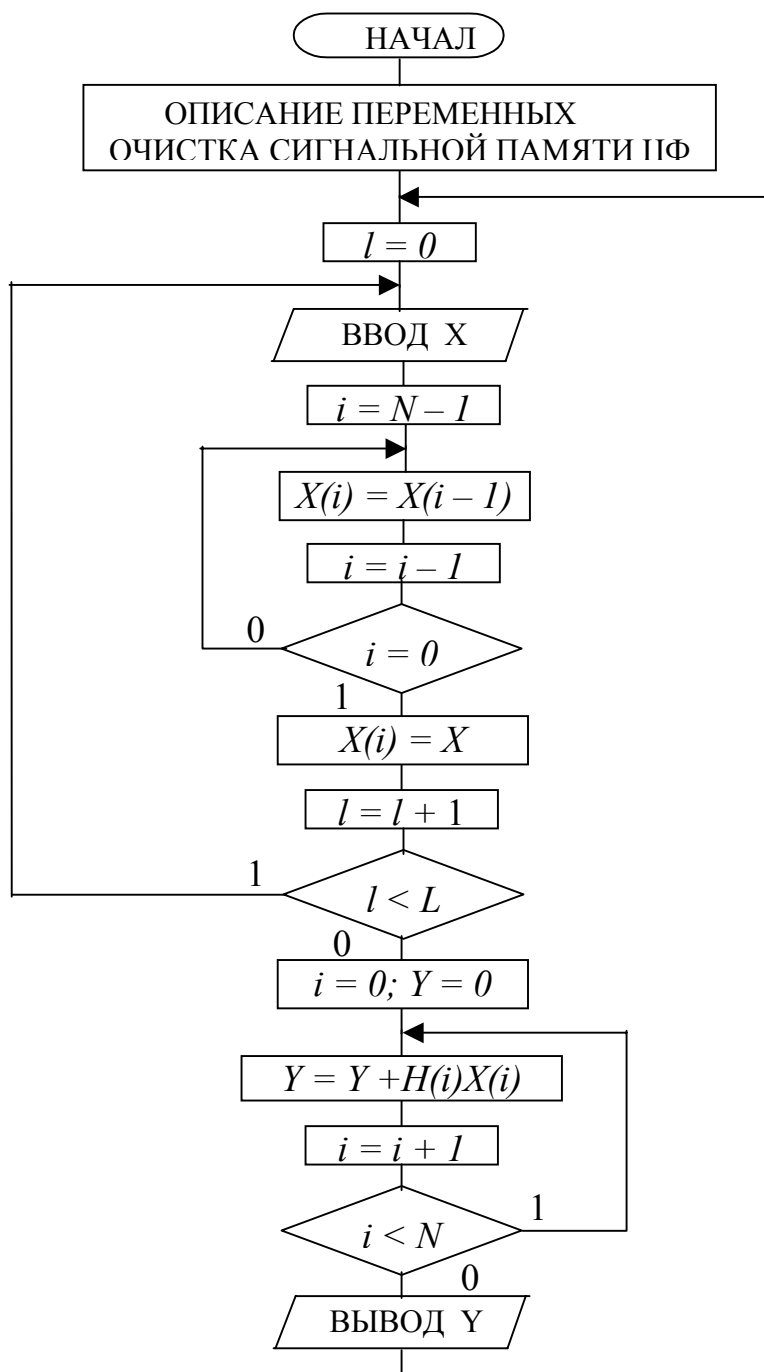


Рис. 10.26 Граф-схема алгоритма программной реализации НДС на основе нерекурсивного цифрового фильтра

### 10.3.7. ПОДСИСТЕМА ВВОДА АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ С Понижением частоты дискретизации

Применение принципов НДС при вводе аналоговых сигналов позволяет упростить требования к аналоговому противомаскировочному фильтру и его реализации, снизить вносимые им искажения, в том числе фазочастотные, улучшить соотношение мощности сигнала и шума квантования, вызываемого АЦП, и расширить динамический диапазон вводимых сигналов. Общая идея такого ввода заключается в том, что входной аналоговый сигнал, спектр которого содержит полезные составляющие в полосе частот  $(0-f_m)$  и мешающие составляющие (помехи) за ее пределами, обычно подавляемые противомаскировочным аналоговым ФНЧ (АФНЧ), дискретизируется с высокой частотой дискретизации, намного превышающей максимальную полезную частоту его спектра  $f_m$ , обрабатывается цифровым фильтром нижних частот (ЦФНЧ) с полосой пропускания  $(0-f_m)$ , осуществляющим основную селекцию полезного сигнала, а затем частота его дискретизации понижается до значения  $f'_d$ , соответствующего ограниченной полосе частот его спектра.

В качестве примера на рис. 10.27 приведена структурная схема подсистемы ввода с передискретизацией сигнала, используемая в системах цифровой звукозаписи, в том числе и в звуковых картах ПК [22, 23].

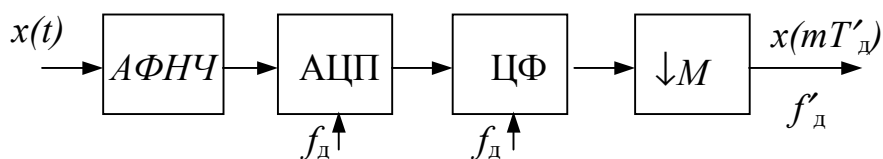


Рис. 10.27. Структурная схема подсистемы ввода аналоговых сигналов на основе НДС

Она содержит УВХ, осуществляющее дискретизацию сигнала с частотой дискретизации  $f_d = 176,4$  кГц, АЦП разрядностью  $q_x$ , преобразующий его в цифровой код, цифровой ФНЧ, работающий с частотой дискретизации  $f_d$  и компрессор частоты дискретизации  $\downarrow M$ , понижающий частоту дискретизации в 4 раза до значения  $f'_d = f_d / 4 = 44,1$  кГц ( $M = 4$ ). Предварительное ограничение полосы частот входного сигнала выполняет АФНЧ. Частота среза его составляет около 22 кГц, а частота задерживания  $f_3 = f_d / 2 = 88,2$  кГц, что соответствует значению переходной полосы 66,2 кГц. Такой фильтр даже при большом затухании в полосе задерживания имеет невысокий порядок. Это может быть, например, фильтр Бесселя или Баттерворта (3–5)-го порядка с достаточно линейной ФЧХ. В обычных подсистемах без передискретизации его порядок достигает 10–12 и более.

Цифровой ФНЧ имеет частоты среза  $f_c \approx 20,05$  кГц и задерживания  $f_3 \approx 24,05$  кГц и является обычно нерекурсивным фильтром с линейной ФЧХ. Образующие НДС ЦФНЧ и КЧД реализуются при этом по структурной схеме рис. 10.25. Частотные диаграммы подсистемы ввода приведены на рис. 10.28.

Спектральная плотность мощности шума квантования АЦП при дискретизации сигнала с частотой  $f_d = 176,4$  кГц  $P_e(f) = \sigma_e^2 / f_d = 2^{-2q_x} / (12f_d)$  в 4 раза меньше, чем при дискретизации с частотой  $f'_d = 44,1$  кГц. В результате мощность шума квантования АЦП на выходе ЦФНЧ и КЧД также уменьшается в 4 раза:  $\sigma_{e_{вых}}^2 = P_e(f) f_m = 2^{-2q_x} \cdot f_m / (12f_d)$ . В общем случае это уменьшение составляет  $M$  раз, а улучшение отношения сигнал-шум по мощности  $\Delta(C/Ш)_{кв} = 10 \lg M$ , дБ. Получаемый выигрыш может быть использован в том числе и для уменьшения требуемой разрядности АЦП.

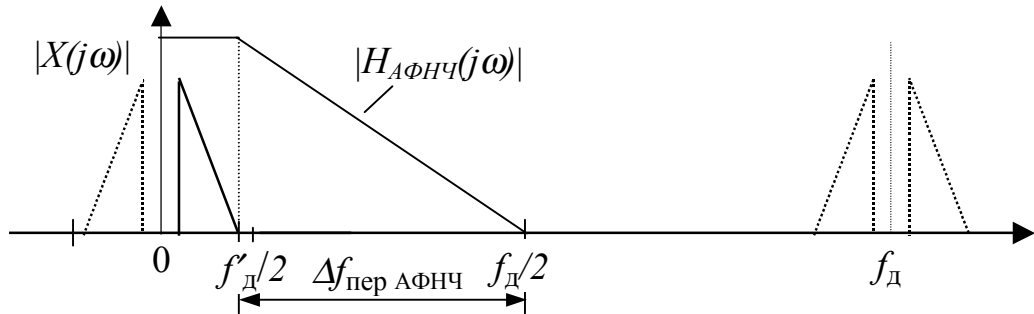


Рис. 10.28. Частотные диаграммы подсистемы аналогового ввода

В современных подсистемах аналогового ввода коэффициент передискретизации достигает значений 128–256, что соответствует улучшению отношения сигнал-шум на 21–24 дБ [23]. Добавление к аналоговому сигналу широкополосного шума обеспечивает декорреляцию шума квантования, особенно при малых уровнях сигнала, расширяя динамический диапазон ввода. Использование сигма-дельта модуляции смещает спектр шума квантования в область высоких частот, обеспечивая необходимое соотношение мощностей сигнала и шума квантования даже при разрядности АЦП, равной 1 бит [22]. При этом не требуется УВХ, а порядок аналогового противомаскировочного фильтра Баттерворта или Бесселя равен обычно 3.

### 10.3.8. ПРИМЕНЕНИЕ НДС В РАДИОПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Принципы цифрового гетеродинирования и НДС применяются также и в цифровых радиоприемных устройствах. Структура одного из таких приемников коротковолнового диапазона (2–30) МГц приведена на рис. 10.29. С помощью преселектора программно выбирается одна из полос принимаемого диапазона частот, сигнал усиливается до необходимого уровня и дискретизируется с частотой, обеспечивающей смещение этой полосы к нулевой частоте без наложения спектров (метод субдискретизации, см. [40], главу 1). Дискретизация выполняется УВХ мгновенного или интегрирующего типа. Выделенный групповой сигнал, включающий несколько каналов приема, оцифровывается АЦП и обрабатывается цифровым перестраиваемым фильтром основной селекции (ЦФОС). Фильтр под управлением программы разделяет

сигнал на полосы (каналы) различной ширины, соответствующие одновременно принимаемым станциям и осуществляет понижение частоты дискретизации канальных сигналов с учетом их полосы частот. Канальные сигналы поступают на демодуляторы необходимого типа (амплитудные, частотные, фазовые, дискретных сигналов ЧТ, АТ, ОФТ, сложных сигналов), извлекающие из них принимаемую полезную информацию.

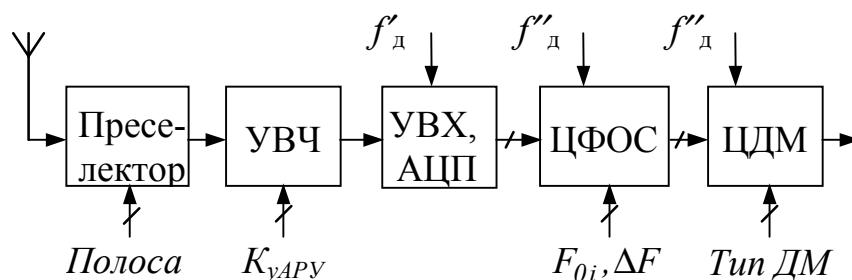


Рис. 10.29. Структурная схема цифрового приемника на основе принципа НДС

В цифровом приемнике, описанном в [27], полоса преселектора составляет 1,5 МГц, число возможных частот дискретизации принимаемого сигнала 4, максимальная из которых составляет 14 МГц, разрядность АЦП 9 бит, шаг перестройки по частоте 100 Гц, число полос пропускания ЦФОС – 8, минимальная из них равна 250 Гц, максимальная 6 кГц, число одновременно принимаемых станций до 16. В настоящее время возможности цифрового приема сигналов значительно выше и все более отвечают тенденции приближения ЦОС к антенне [28].

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое многоскоростные системы (МСС) ЦОС и при каких условиях возможна передискретизация сигналов в процессе обработки?
2. Как классифицируются МСС ЦОС?
3. Каковы цели применения МСС ЦОС?
4. Что такое интерполяция сигнала и с помощью каких систем ЦОС она выполняется?
5. Что такое ВДС и какова ее общая структура?
6. Какую задачу решают ВДС ЦОС и какие к ним предъявляются требования?
7. Что такое экспандер частоты дискретизации и какой алгоритм обработки он реализует?
8. Как математически и графически описываются сигналы ВДС во временной области?
9. Каково спектральное описание сигналов в ВДС?
10. При каком условии имеет место точное соответствие спектров входного и выходного сигналов ВДС?

11. Как графически иллюстрируются спектральные преобразования сигналов в ВДС?
12. Как влияет отличие частотной характеристики фильтра-интерполятора от идеальной на искажения сигнала в ВДС?
13. Каким образом возможен перенос спектра сигнала в ВДС? Проиллюстрируйте ответ графически.
14. На какие частоты может быть перенесен спектр сигнала в ВДС? Проиллюстрируйте ответ графически.
15. Как определяются требования к фильтру-интерполятору в ВДС и от чего они зависят?
16. Что такое многократные ВДС и какова их структура?
17. В чем заключается преимущество многократных ВДС?
18. Проиллюстрируйте в спектральной области особенности и преимущества многократной ВДС.
19. Каковы особенности работы и реализации ЦФ в ВДС?
20. Приведите возможную структуру НЦФ для ВДС?
21. Приведите структуру подсистемы вывода на основе ВДС и покажите ее преимущества.
22. Что такое децимация или прореживание сигналов? С помощью каких систем ЦОС она реализуется?
23. Что такое НДС и какова ее общая структура?
24. Какую задачу решает НДС ЦОС и какие к ней предъявляются требования?
25. Что такое компрессор частоты дискретизации и какой алгоритм он реализует?
26. Как математически и графически описываются сигналы НДС во временной области?
27. Каково спектральное описание сигналов НДС?
28. При каком условии возможно отсутствие искажений в НДС?
29. Как графически иллюстрируются спектральные преобразования сигналов НДС?
30. Как влияет частотная характеристика НЦФ на искажения сигнала в НДС?
31. Как осуществляется перенос спектра сигнала в НДС? Покажите это графически.
32. На какие частоты может быть перенесен спектр сигнала в НДС? Проиллюстрируйте это графически.
33. Как определяются требования к ЦФ в НДС и от чего они зависят?
34. Что такое многократные НДС и какова их структура?
35. В чем заключается преимущество многократных НДС?
36. Проиллюстрируйте в спектральной области особенности многократной НДС.
37. Каковы особенности работы и реализации ЦФ в НДС?



38. Приведите возможную структура НЦФ для НДС.
39. Приведите структуру подсистемы ввода с применением НДС и покажите ее преимущества.

## 11. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПЕРЕНОСА СПЕКТРОВ И ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИИ В МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ЧАСТОТНЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ СИГНАЛОВ

### 11.1. ЗАДАЧИ, ПРИМЕНЕНИЯ И ТИПЫ СИГНАЛОВ

Общими **задачами** рассматриваемого класса многоканальных систем ЦОС являются объединение (синтез) и/или разделение (анализ) информационных каналов по частотному признаку.

Основными областями их **применения** являются:

связь и передача данных с частотным уплотнением каналов;

полосовой спектральный анализ и восстановление сигналов по их спектру, в том числе радиолокационных, биомедицинских и др.;

анализ-синтез речевых и аудио сигналов;

кодирование (сжатие) и низкоскоростная передачи речи (полосные вокодеры).

Многоканальные системы (МКС) отличаются числом информационных каналов  $K$  и способами их объединения–разделения. В МКС различают **канальные сигналы** и **групповые**.

**Канальные** сигналы  $x_i(mT'_d)$  характеризуются:

номером  $i = 0, 1, \dots, K - 1$  соответствующего им канала МКС;

полосой частот или шириной спектра канального сигнала  $\Delta f_{\text{КС}}$ ;

граничными частотами спектра канального сигнала  $f_{\text{КС min}}, f_{\text{КС max}}$ ;

частотой дискретизации канального сигнала  $f'_d \geq 2\Delta f_{\text{КС}}$ .

**Групповые** сигналы  $y(nT_d)$  характеризуются:

полосой частот, занимаемой групповым сигналом  $\Delta f_{\text{ГС}}$ ;

частотой дискретизации группового сигнала  $f_d \geq 2\Delta f_{\text{ГС}}$ .

Параметры группового и канальных сигналов связаны соотношением:

$$\Delta f_{\text{ГС}} / \Delta f_{\text{КС}} = f_d / f'_d = L \geq K,$$

где  $L$  – коэффициент передискретизации (повышения или понижения частоты дискретизации) сигналов в МКС. Чем ближе значение коэффициента  $L$  к  $K$  – числу каналов, тем выше эффективность МКС: меньше занимаемая ею полоса частот при заданном числе каналов или больше число каналов, размещаемых в заданной полосе частот, меньше требуемые объем и скорость обработки. Максимальное значение коэффициента  $L$  имеет место при ис-

пользовании обеих боковых полос спектра канальных сигналов:  $L_{max} = 2(K + K_3)$ , где  $K_3$  – число так называемых защитных полос в спектре группового сигнала, зависящее от назначения системы. Минимальное значение коэффициента  $L$  достигается при использовании **одной боковой полосы** спектра канальных сигналов, т. е. сигналов ОБП:  $L_{min} = (K + K_3)$ . Поэтому в МКС с частотным разделением сигналов (или каналов) там, где это возможно, преимущественно применяются однополосные групповые сигналы.

В качестве примера на рис. 11.1 приведены частотные диаграммы спектров канального сигнала  $X_i(j\omega)$  (рис. 11.1, а) и однополосного вещественного группового сигнала  $Y(j\omega)$  (рис. 11.1, б) для случая  $L = K = 4$ , т. е. 4-канальной МКС.

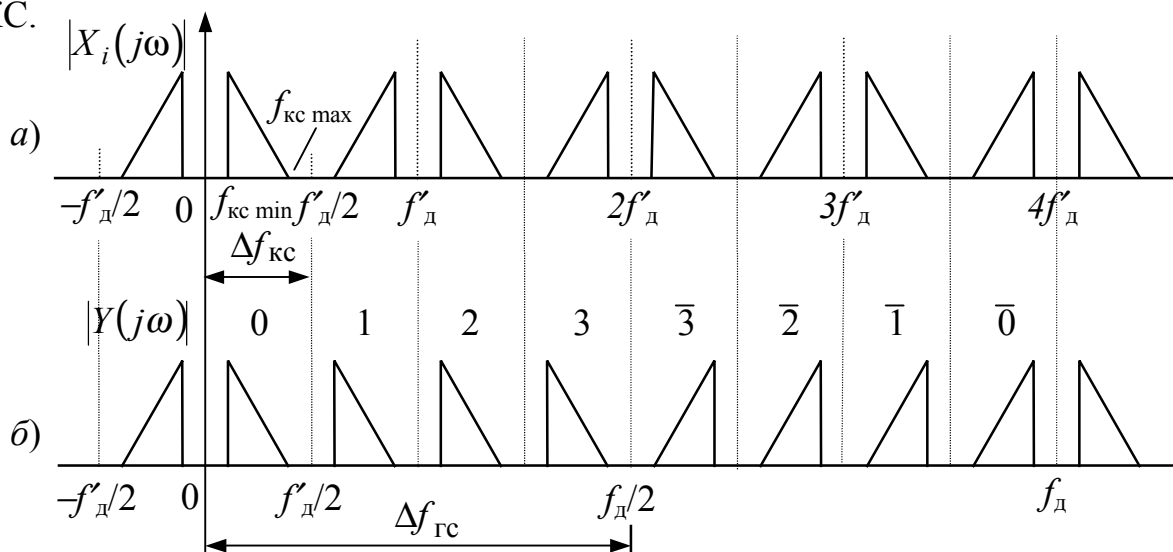


Рис. 11.1. Частотные диаграммы спектров канального и группового сигналов

Каждому канальному сигналу или каналу в соответствии с его номером (в данном примере  $i = 0, 1, 2, 3$ ) в групповом сигнале отводится своя полоса частот (**полоса канала**), равная  $\Delta f_k = f'_d/2$ , которая, как правило, превышает ширину спектра канального сигнала:  $\Delta f_k > \Delta f_{kc}$ . Благодаря этому в полосе каждого канала образуются небольшие частотные интервалы  $f_{kc \min}$ ,  $\Delta f_k - f_{kc \max}$ , облегчающие расфилтровку канальных сигналов. В полосе частот, отводимой для группового сигнала  $\Delta f_{гс} = K\Delta f_k = f_d/2$ , размещаются  $K$  боковых полос спектра канальных сигналов. Центральные частоты каналов в групповом сигнале определяются как  $f_{0i} = (f'_d/4) + if'_d/2$ . В случае вещественного группового сигнала в полосе  $(f_d/2) - f_d$  размещаются  $K$  зеркально отраженных относительно частоты  $f_d/2$  инверсных боковых полос спектров канальных сигналов.

**Качество** реальных МКС определяется **частотными искажениями** канальных сигналов при их объединении и разделении и **межканальными искажениями** или помехами, обусловленными прохождением сигналов из канала в канал, т. е. взаимным влиянием каналов. Межканальные искажения

количественно оценивают коэффициентом или степенью развязки каналов МКС  $a_p$ , дБ. Значение межканальной развязки составляет от 40 дБ и выше.

## 11.2. ФОРМИРОВАНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ

### 11.2.1. ЗАДАЧА, ОБЩАЯ СТРУКТУРА И МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ

**Задача** формирования групповых сигналов заключается в объединении  $K$  канальных сигналов в один групповой сигнал с неперекрывающимися (разделяющимися по частоте) спектрами объединяемых сигналов. Она решается путем смещения спектров канальных сигналов по частоте и их последующего объединения или суммирования.

**Общая структура** подсистемы формирования групповых сигналов (ФГС) приведена на рис. 11.2.

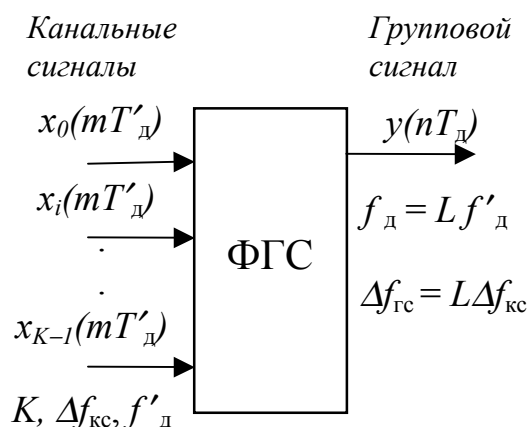


Рис. 11.2. Общая структура подсистемы формирования групповых сигналов

Подсистема имеет  $K$  входов канальных сигналов  $x_i(mT'_д)$  и один выход группового сигнала  $y(nT_д)$  с вышеуказанными параметрами. Она относится к **восходящим дискретным системам (ВДС)**, т. е. системам с повышением частоты дискретизации сигналов в процессе обработки.

По **способу переноса спектров** канальных сигналов различают подсистемы ФГС на основе полосовых фильтров-интерполяторов и на основе цифрового гетеродинирования с квадратурной обработкой сигналов.

### 11.2.2. ФОРМИРОВАНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ПЕРЕНОСА СПЕКТРОВ ПРИ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СИГНАЛОВ

Применение данного метода формирования групповых сигналов обусловлено соответствием полос и центральных частот каналов  $f_{0i}$  в структуре спектра группового сигнала рис. 11.1, б значениям полос и дискретных частот, на которые возможен перенос спектра в ВДС (см. параграф 10.2). Его называют также методом формирования группового сигнала **с помощью полосовых фильтров-интерполяторов**, которыми выделяются необходимые полосы спектра канального сигнала с повышенной в  $L$  раз частотой дискретизации.

Структурная схема подсистемы ФГС на основе полосовых фильтров-интерполяторов приведена на рис. 11.3.

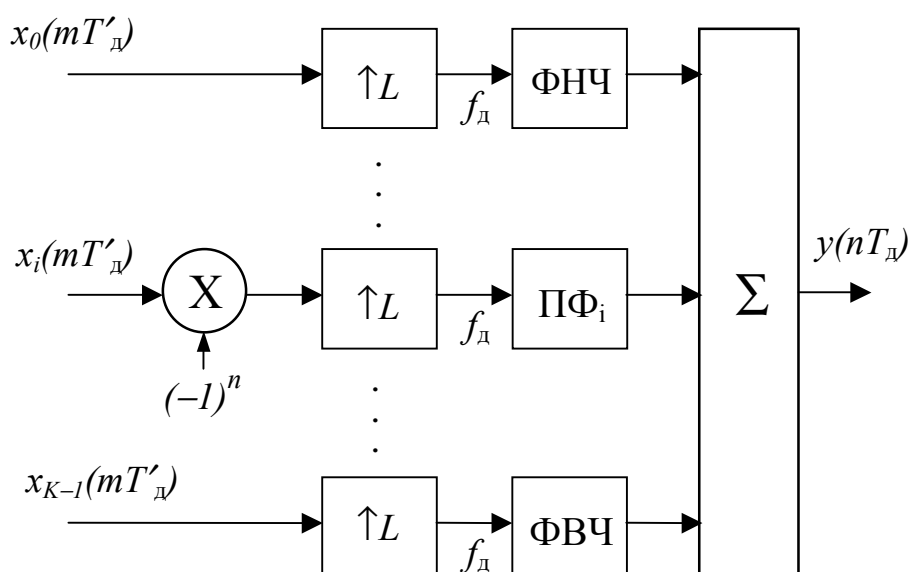


Рис. 11.3. Структурная схема подсистемы ФГС на основе полосовых фильтров-интерполяторов

Она содержит идентичные по структуре каналы, состоящие из экспандера частоты дискретизации  $\uparrow L$ , которым частота дискретизации канального сигнала повышается до частоты дискретизации группового, и полосового фильтра  $\text{ПФ}_i$ , которым выделяется одна из периодизированных с высокой частотой дискретизации полоса спектра канального сигнала, соответствующая его номеру или центральной частоте в спектре группового сигнала. В каналах с нечетными номерами дополнительно входной сигнал умножается на последовательность  $(-1)^n$ , смещающую спектр сигнала на частоту  $f'_d/2$  для компенсации инверсии спектра, возникающей при выделении полосовым фильтром нечетных боковых полос. В нулевом канале вместо полосового используется фильтр нижних частот, а в  $(K-1)$ -м канале – фильтр верхних частот. Групповой сигнал получается суммированием выходных сигналов всех каналов. В случае **идеальных полосовых фильтров** с полосой пропус-

кания  $\Delta f_{\Pi} = f'_{\text{д}}/2$ , равной полосе частот канала и центральной частотой  $f_{0i} = (f'_{\text{д}}/4) + if'_{\text{д}}/2$ , совпадающей с центральными частотами каналов, спектры выходных сигналов каналов не перекрываются (рис. 11.1, б) и объединение канальных сигналов не сопровождается их искажениями.

**Искажения сигналов** в реальной подсистеме ФГС вызываются отличием частотных характеристик полосовых фильтров от идеальных: неравномерностью их в полосе пропускания, конечным затуханием в полосе задерживания и конечными значениями переходных полос.

**Граничные частоты** полосовых фильтров выбираются в соответствии с границами периодизированных с высокой частотой дискретизации спектров канальных сигналов, ширина которых  $\Delta f_{\text{к}}$  меньше, как правило, полосы частот канала  $\Delta f_{\text{к}}$ :  $\Delta f_{\text{к}} < \Delta f_{\text{к}}$ . Значения нижних граничных частот среза, задерживания  $f_{c1}, f_{c31}$  и верхних  $f_{c2}, f_{c32}$  определяются при этом соотношениями:

$$\begin{aligned} f_{c1} &= f_{0i} - (f'_{\text{д}}/4) + f_{\text{кс min}}; & f_{c31} &= f_{0i} - (f'_{\text{д}}/4) - f_{\text{кс min}}; \\ f_{c2} &= f_{0i} - (f'_{\text{д}}/4) + f_{\text{кс max}}; & f_{c32} &= f_{0i} + (3f'_{\text{д}}/4) - f_{\text{кс max}}. \end{aligned} \quad (11.1)$$

По ним находятся значения полос пропускания и переходных полос фильтров, необходимые для их синтеза. Вопросы определения граничных частот и переходных полос фильтров в ВДС, к которым относятся подсистемы ФГС, более подробно рассмотрены в главе 10.

**Частотные искажения** канальных сигналов в подсистеме ФГС определяются неравномерностью частотных характеристик фильтров в полосе пропускания  $a_n$ , дБ.

**Межканальные искажения** сигналов в подсистеме ФГС связаны с тем, что за счет конечного затухания частотной характеристики фильтра в полосе задерживания на выходе каждого канала возникают составляющие не только выделяемой боковой полосы частот, но и ослабленных фильтром ее периодизированных копий, совпадающих с частотными полосами остальных каналов МКС (рис. 11.4).

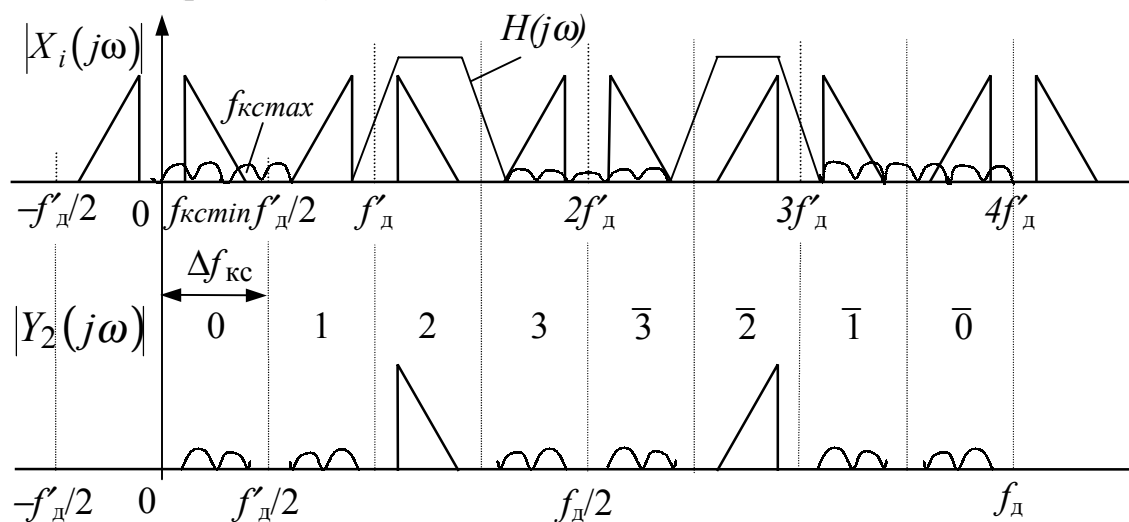


Рис. 11.4. Спектральная диаграмма сигналов  $i$ -го канала ФГС

В результате в реальной подсистеме ФГС спектры выходных сигналов каналов после их суммирования перекрываются. Это эквивалентно прохождению сигналов из канала в канал или взаимному влиянию каналов (например, прослушиванию соседних каналов в телефонии). Поэтому требование к затуханию фильтров в полосе задерживания ( $a_z$ , дБ) в МКС определяется допустимым взаимным влиянием каналов, т. е. коэффициентом или степенью межканальной развязки при формировании группового сигнала  $a_p$ , дБ. При этом затухание фильтров в полосе задерживания должно быть выше  $a_p$  на  $20\lg(K - 1)$  децибелл, т. е.  $a_z = a_p + 20\lg(K - 1)$ , дБ. Однако данное требование является предельным, так как предполагает одинаковое затухание АЧХ полосового фильтра в пределах всей полосы задерживания. Если же затухание АЧХ возрастает по мере удаления от полосы пропускания фильтра, то степень влияния данного канала на другие отстоящие от него каналы уменьшается. Поэтому при выборе цифрового фильтра для МКС это обстоятельство нужно обязательно учитывать [7, 31].

Подсистема ФГС на основе полосовых фильтров-интерполяторов является достаточно простой, но не технологичной ввиду неидентичности канальных полосовых фильтров. Несимметрия АЧХ полосовых фильтров относительно центральной частоты  $f_{0i}$  также в ряде случаев может стать источником дополнительных искажений. Кроме того, данная подсистема ФГС не является универсальной, так как возможные значения полос каналов и их центральных частот находятся в жесткой взаимосвязи с частотой дискретизации и не могут быть произвольными.

### 11.2.3. ФОРМИРОВАНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО ГЕТЕРОДИНИРОВАНИЯ И КВАДРАТУРНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Такие подсистемы ФГС основываются на фильтровом способе формирования сигналов с одной боковой полосой с переносом их спектра на заданную частоту в основной полосе ( $0 - f_d / 2$ ) группового сигнала (см. главу 9). Структурная схема подсистемы ФГС с квадратурной обработкой (рис. 11.5) содержит  $K$  идентичных каналов, состоящих из умножителей (смесителей), осуществляющих смещение спектров сигналов в соответствии с частотой гетеродина, экспандера частоты дискретизации  $\uparrow L$  и фильтра-интерполятора нижних частот ФНЧ.

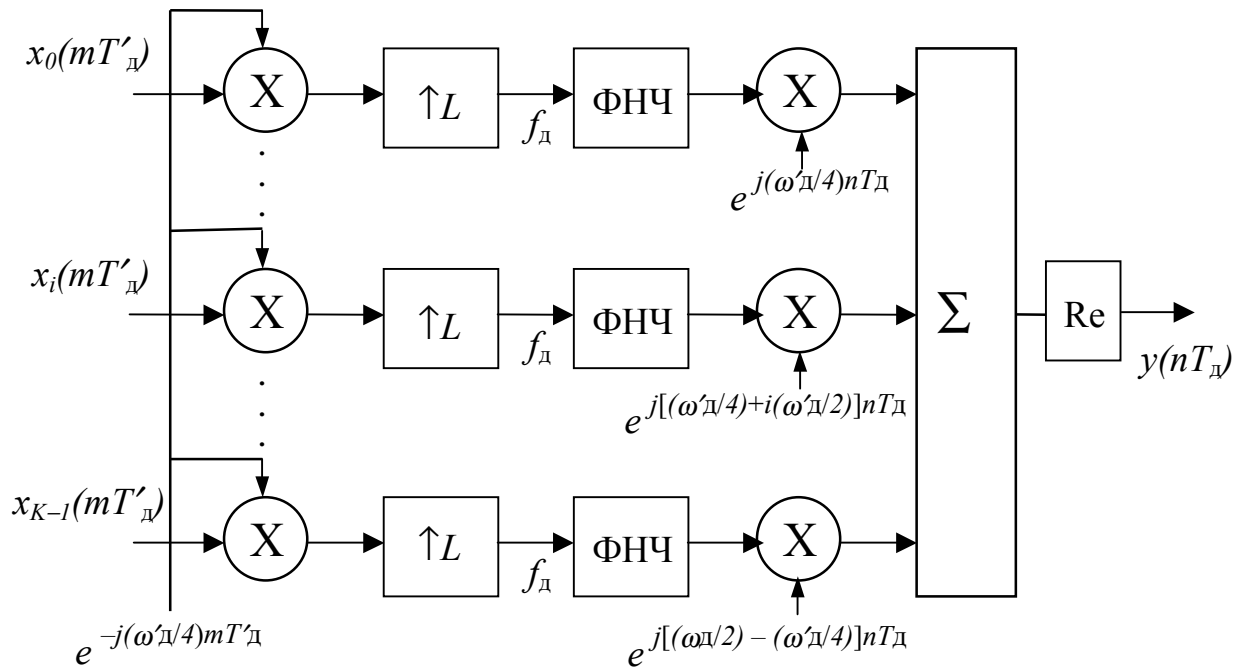


Рис. 11.5. Структурная схема подсистемы ФГС с квадратурной обработкой. Структуре  $i$ -го канала соответствует следующая последовательность операций обработки сигналов:

спектр каждого канального сигнала смещается влево на частоту  $f'_д/4$  путем умножения его на комплексный гармонический сигнал гетеродина  $e^{-j2\pi(f'_д/4)mT'_д}$ ;

частота дискретизации полученного комплексного сигнала повышается в  $L$  раз до частоты дискретизации группового сигнала;

фильтром нижних частот с частотой среза  $f'_с \approx f'_д/4$  выделяется смещенная к нулевой частоте боковая полоса спектра;

умножением выходного сигнала ФНЧ на комплексный гармонический сигнал гетеродина  $e^{j2\pi f_{0i}nT_д}$  выделенная боковая полоса переносится на центральную частоту  $f_{0i}$   $i$ -го канала;

разнесенные по частоте комплексные выходные сигналы каналов суммируются, образуя после операции взятия реальной части (Re) вещественный групповой сигнал.

Спектры суммируемых канальных сигналов не перекрываются, если фильтры нижних частот имеют идеальные частотные характеристики; объединение сигналов при этом не сопровождается их искажениями.

На рис. 11.6 приведена структура одного канала ФГС с квадратурной обработкой, в которой все операции выполняются с вещественными числами.

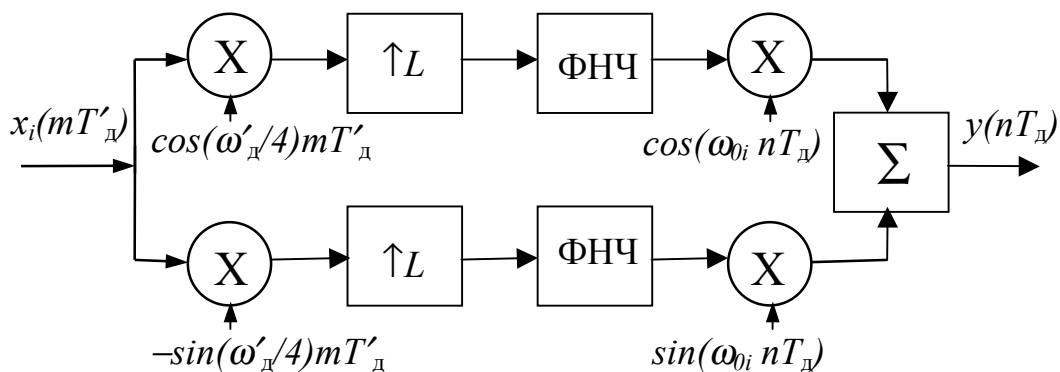


Рис. 11.6. Структура канала подсистемы ФГС с квадратурной обработкой, оперирующая с вещественными числами

Отличие частотных характеристик фильтров от идеальных является причиной **искажения сигналов** в реальной подсистеме ФГС.

**Граничные частоты** среза, задерживания для комплексных ФИНЧ задаются для положительных и отрицательных частот и определяются в данном случае соотношениями:

$$\begin{aligned} f_{c1} &= f_{\text{кc max}} - (f'_d/4); & f_{31} &= (3f'_d/4) - f_{\text{кc max}} - f_{\text{кc min}}; \\ f_{c2} &= -(f'_d/4) + f_{\text{кc min}}; & f_{32} &= -(f'_d/4) - f_{\text{кc min}}. \end{aligned} \quad (11.2)$$

Для вещественных ФНЧ в структуре канала подсистемы ФГС, оперирующей с вещественными числами (рис. 11.6), в качестве частоты среза принимается одна из частот  $f_{c1}, f_{c2}$ , большая по модулю, а в качестве частоты задерживания – одна из частот  $f_{31}, f_{32}$ , меньшая по модулю:

$$f_c = \max\{|f_{c2}|, f_{c1}\}, \quad f_3 = \min\{|f_{32}|, f_{31}\}. \quad (11.3)$$

По значениям граничных частот находятся переходная полоса и полоса пропускания ФНЧ. Определение граничных частот фильтров при формировании однополосных сигналов рассмотрено также в главе 9.

**Частотные искажения** канальных сигналов в данной подсистеме ФГС обусловлены неравномерностью частотных характеристик фильтров в полосе пропускания  $a_n$ , дБ.

**Межканальные искажения** сигналов в подсистеме ФГС на основе цифрового гетеродинирования связаны с конечным затуханием частотной характеристики ФИНЧ в полосе задерживания, в результате чего на выходе каждого канала подсистемы возникают составляющие не только выделяемой боковой полосы частот, но и ослабленных фильтром ее периодизированных копий, совпадающих с частотными полосами остальных каналов МКС. В результате спектры выходных сигналов каналов после их суммирования в реальной подсистеме ФГС перекрываются. Это, как и в подсистеме на основе полосовых фильтров-интерполяторов, эквивалентно прохождению сигналов



из канала в канал или взаимному влиянию каналов (например, прослушиванию соседних телефонных каналов). Поэтому требование к затуханию частотной характеристики ФИНЧ в полосе задерживания ( $a_з$ , дБ) здесь также определяется допустимым взаимным влиянием каналов, т. е. коэффициентом или степенью межканальной развязки при формировании группового сигнала  $a_p$ , дБ. В предельном случае оно должно быть выше значения  $a_p$  на  $20\lg(K-1)$  децибелл, т. е.  $a_з = a_p + 20\lg(K-1)$ , дБ. При возрастающем затухании АЧХ по мере удаления от полосы пропускания фильтра степень влияния данного канала на другие уменьшается и требуемое минимальное затухание АЧХ фильтра приближается к значению  $a_p$ .

Подсистема ФГС с квадратурной обработкой несколько сложнее, чем с полосовыми фильтрами-интерполяторами, но она более технологична за счет идентичности всех канальных цифровых фильтров и создает меньшие частотные искажения, так как частотные характеристики вещественных ФНЧ строго симметричны относительно нулевой частоты. Она также универсальна, так как не имеет ограничений на значения полос каналов и их центральных частот.

### 11.3. ЧАСТОТНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ

#### 11.3.1. ЗАДАЧА, ОБЩАЯ СТРУКТУРА И МЕТОДЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ

**Задача** частотного разделения групповых сигналов является обратной их формированию и заключается в выделении из группового сигнала  $K$  составляющих его канальных сигналов без наложения их спектров. Она также решается путем смещения спектров сигналов, их передискретизации и цифровой фильтрации.

**Общая структура** подсистемы разделения групповых сигналов (РГС) приведена на рис. 11.7.

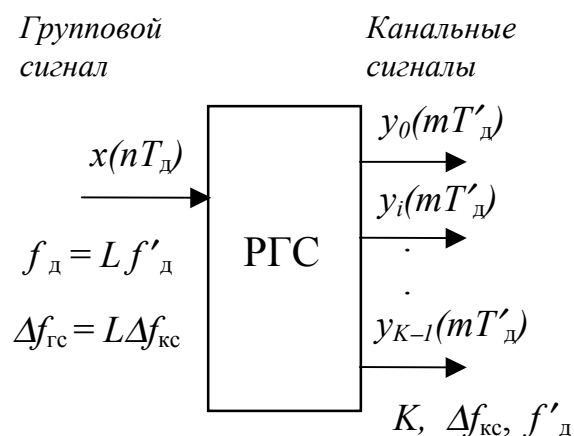


Рис. 11.7. Общая структура подсистемы разделения групповых сигналов

Подсистема имеет один вход группового сигнала  $x(nT_d)$  и  $K$  выходов канальных сигналов  $y_i(mT'_d)$  с вышеуказанными параметрами. В отличие от подсистем ФГС, относящихся к восходящим дискретным системам, она является **нисходящей системой** (НДС), в которой имеет место понижение частоты дискретизации сигналов в процессе обработки.

Для разделения групповых сигналов используются **методы**, основанные на переносе спектров в НДС и цифровом гетеродинировании с квадратурной обработкой сигналов. Структуры реализующих их подсистем РГС являются **дуальными** структурам соответствующих подсистем ФГС. Для перехода от заданной структуры системы ЦОС к дуальной нужно отразить ее зеркально, поменяв местами входы–выходы и порядок следования элементов, заменить сумматоры узлами, узлы сумматорами, экспандеры частоты дискретизации поменять на компрессоры и наоборот, изменить на обратные знаки частот комплексных гармонических сигналов (частот гетеродинов).

### 11.3.2. РАЗДЕЛЕНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ПЕРЕНОСА СПЕКТРОВ ПРИ ДЕЦИМАЦИИ СИГНАЛОВ

Применение данного метода разделения групповых сигналов обусловлено соответствием полос и центральных частот каналов  $f_{0i}$  в структуре спектра группового сигнала рис. 11.1,  $b$  значениям полос и их центральных дискретных частот, которые с помощью полосовых фильтров и понижения частоты дискретизации могут быть перенесены в основную полосу  $(0 \pm f'_d/2)$  частот канального сигнала без наложения спектров сигналов (см. параграф 10.3). Его называют также методом разделения группового сигнала **с помощью полосовых фильтров-дециматоров**, которыми выделяются необходимые полосы спектра группового сигнала. Частотное разделение каналов данным методом осуществляется в соответствии со структурной схемой рис. 11.8, которая является дуальной структуре подсистемы ФГС рис. 11.3.

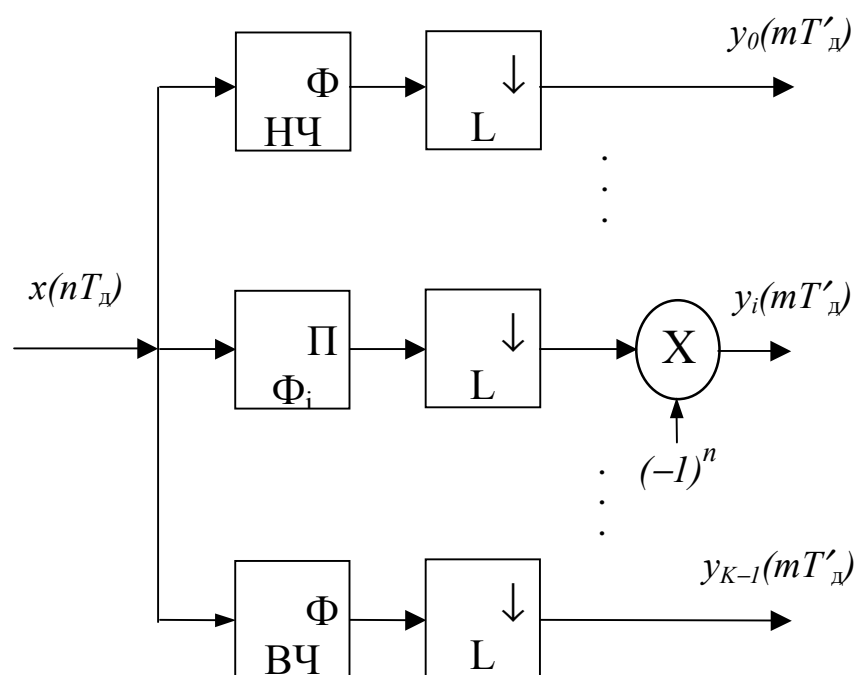


Рис. 11.8. Структурная схема подсистемы РГС  
на основе полосовых фильтров-дециматоров

Подсистема содержит  $K$  идентичных по структуре каналов, состоящих из полосового фильтра  $\Pi\Phi_i$ , компрессора частоты дискретизации  $\downarrow L$ , а в нечетных каналах также умножителя, выполняющего инверсию спектра канального сигнала. В каждом канале осуществляется выделение полосовым фильтром из группового сигнала частотной полосы  $i$ -го канала и последующее понижение частоты дискретизации выходного сигнала фильтра в  $L$  раз (прореживание или децимация сигнала). В нулевом канале вместо полосового используется фильтр нижних частот, а в  $(K - 1)$ -м канале – фильтр верхних частот. Если полосовые фильтры имеют **идеальную** частотную характеристику с полосой пропускания  $\Delta f_{\Pi} = f'_{\text{д}}/2$ , равной полосе частот канала и центральной частотой  $f_{0i} = (f'_{\text{д}}/4) + if'_{\text{д}}/2$ , совпадающей с центральными частотами каналов, то после понижения частоты дискретизации спектры их выходных сигналов за счет периодизации с низкой частотой дискретизации переносятся в основную полосу частот канального сигнала  $(0 \pm f'_{\text{д}}/2)$  без наложения или перекрытия спектров. При этом разделение канальных сигналов не сопровождается их искажениями.

**Искажения сигналов** в реальной подсистеме РГС вызываются отличием частотных характеристик полосовых фильтров от идеальных: неравномерностью их в полосе пропускания, конечным затуханием в полосе задерживания и конечными значениями переходных полос.

**Граничные частоты** полосовых фильтров выбираются в соответствии с границами спектров соседних канальных сигналов в групповом сигнале, ши-

рина которых  $\Delta f_{\text{кс}}$  меньше, как правило, полосы частот канала  $\Delta f_{\text{к}}$ :  $\Delta f_{\text{кс}} < \Delta f_{\text{к}}$ . Значения нижних граничных частот среза, задерживания  $f_{c1}, f_{z1}$  и верхних  $f_{c2}, f_{z2}$  определяются при этом теми же соотношениями (11.1), что и для подсистем ФГС. По ним находятся необходимые для синтеза значения полос пропускания и переходных полос фильтров. Вопросы определения граничных частот и переходных полос фильтров в НДС, к которым относятся подсистемы РГС, более подробно рассмотрены в главе 10.

**Частотные искажения** канальных сигналов в подсистеме РГС определяются неравномерностью частотных характеристик фильтров в полосе пропускания  $a_n$ , дБ.

**Межканальные искажения** сигналов в подсистеме РГС связаны с тем, что за счет конечного затухания частотной характеристики полосового фильтра в полосе задерживания на выход его проходят составляющие не только боковой полосы частот выделяемого канала, но и ослабленных фильтром сигналов остальных  $(K - 1)$ -го каналов, которые после понижения частоты дискретизации накладываются на выделенный канальный сигнал в основной полосе частот  $(0 \pm f_{\text{д}}/2)$  (рис. 11.4). Это соответствует прохождению сигналов из канала в канал или взаимному влиянию каналов при их разделении (например, прослушиванию соседних каналов в телефонии). Поэтому требование к затуханию фильтров в полосе задерживания ( $a_z$ , дБ) в подсистеме РГС определяется допустимым значением коэффициента или степени межканальной развязки при разделении группового сигнала  $a_p$ , дБ. При этом затухание фильтров в полосе задерживания должно превышать значение  $a_p$  на  $20 \lg(K - 1)$  децибелл:  $a_z = a_p + 20 \lg(K - 1)$ , дБ. Данное требование предполагает одинаковое затухание АЧХ полосового фильтра в пределах полосы задерживания и является предельным. При возрастающем затухании АЧХ по мере удаления от полосы пропускания степень взаимного влияния каналов уменьшается и требуемое минимальное затухание АЧХ фильтра приближается к значению  $a_p$ . Это обстоятельство нужно учитывать при выборе цифрового фильтра для подсистемы РГС.

Подсистема РГС на основе полосовых фильтров-дециматоров является достаточно простой, но не технологичной ввиду неидентичности канальных полосовых фильтров. Несимметрия АЧХ полосовых фильтров относительно центральной частоты  $f_{0i}$  также в ряде случаев может стать источником дополнительных искажений. Кроме того, данная подсистема РГС не является универсальной, так как возможные значения полос каналов и их центральных частот находятся в жесткой взаимосвязи с частотой дискретизации и не могут быть произвольными.

### 11.3.3. РАЗДЕЛЕНИЕ ГРУППОВЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО ГЕТЕРОДИНИРОВАНИЯ И КВАДРАТУРНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Частотное разделение каналов данным методом осуществляется в соответствии со структурной схемой подсистемы РГС рис. 11.9, которая является дуальной подсистеме ФГС рис. 11.5.

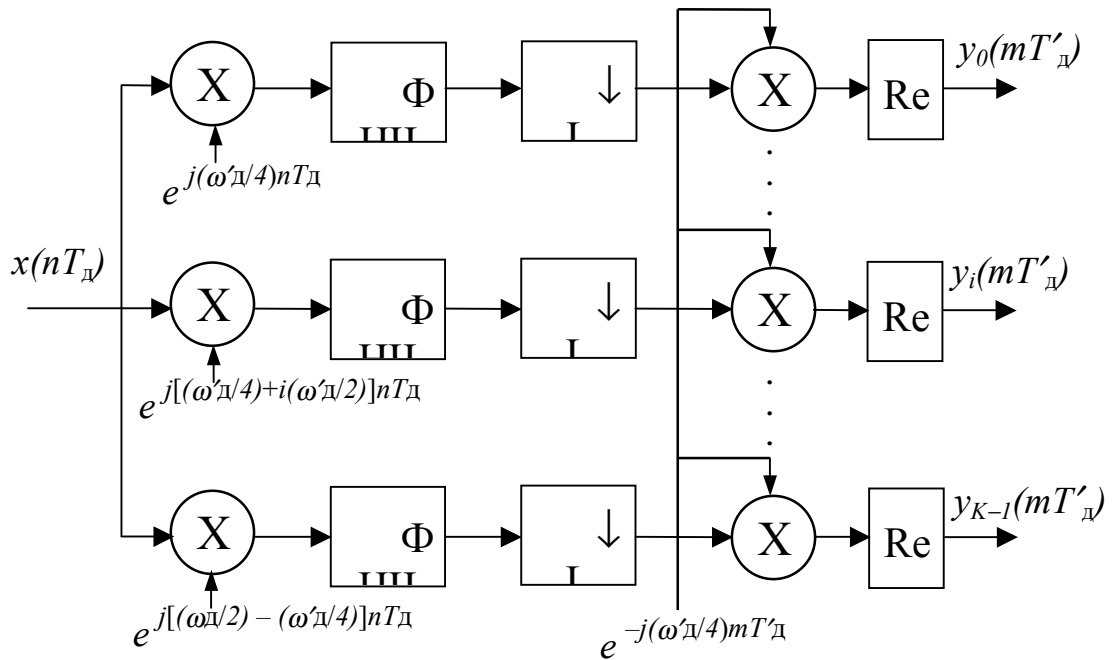


Рис. 11.9. Структурная схема подсистемы РГС  
на основе цифрового гетеродинамирования сигналов

На рис. 11.10 показана также структура одного канала подсистемы РГС рис. 11.9, в которой все операции выполняются с вещественными числами.

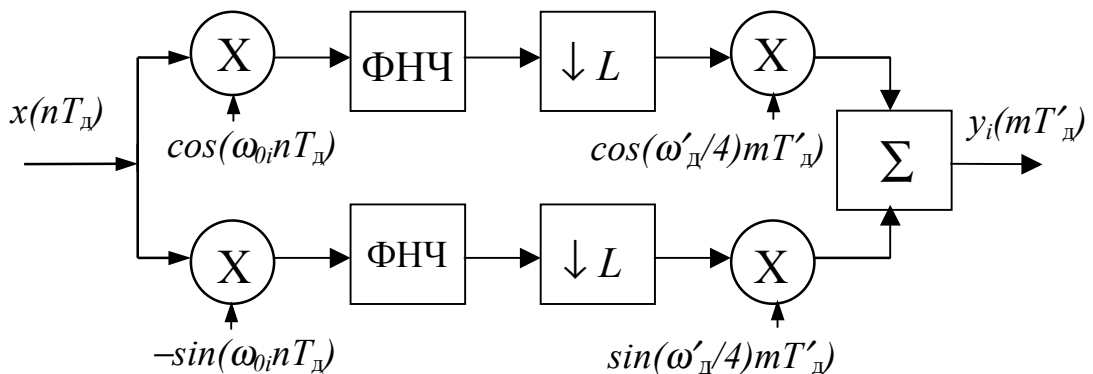


Рис. 11.10. Структурная схема одного канала подсистемы РГС,  
оперирующая с вещественными числами

Подсистема РГС содержит  $K$  идентичных по структуре каналов, состоящих из умножителей (смесителей), осуществляющих смещение спектров сигналов в соответствии со значениями частот гетеродина, фильтра нижних частот (ФНЧ) и компрессора частоты дискретизации  $\downarrow L$ .

Структуре  $i$ -го канала соответствует следующая последовательность операций обработки сигналов:

спектр группового сигнала в каждом канале смещается влево на центральную частоту  $f_{0i}$   $i$ -го канала, т. е. к нулевой частоте путем умножения его на комплексный гармонический сигнал гетеродина  $e^{-j2\pi f_{0i} n T_d}$ ;

фильтром нижних частот с частотой среза  $f'_c \approx f'_d / 4$  выделяется смещенная к нулевой частоте боковая полоса спектра канального сигнала;

частота дискретизации комплексного выходного сигнала ФНЧ понижается в  $L$  раз до частоты дискретизации канального сигнала;

умножением выходного сигнала компрессора частоты дискретизации на комплексный гармонический сигнал гетеродина  $e^{j2\pi (f'_d/4) m T'_d}$  выделенная боковая полоса спектра канального сигнала смещается на ее центральную частоту  $f'_d/4$ ;

с помощью операции взятия реальной части (Re) осуществляется переход от комплексного к вещественному канальному сигналу.

Разделение группового сигнала на каналные происходит без наложения их спектров, если фильтры нижних частот имеют идеальные частотные характеристики. При этом отсутствуют и искажения сигналов при разделении.

Отличие частотных характеристик фильтров от идеальных является причиной **искажения сигналов** в реальной подсистеме РГС.

**Граничные частоты** среза, задерживания для комплексных ФНЧ задаются для положительных и отрицательных частот и определяются теми же соотношениями (11.2), что и для ФГС.

Для вещественных ФНЧ в структуре канала подсистемы РГС, оперирующей с вещественными числами (рис. 11.10), значения частот среза и задерживания соответствуют соотношению (11.3) для подсистемы ФГС рис. 11.6.

По значениям граничных частот находятся переходная полоса и полоса пропускания ФНЧ.

**Частотные искажения** канальных сигналов в данной подсистеме РГС обусловлены неравномерностью частотных характеристик фильтров в полосе пропускания  $a_n$ , дБ.

**Межканальные искажения** сигналов в подсистеме РГС на основе цифрового гетеродинирования связаны с тем, что за счет конечного затухания частотной характеристики ФНЧ в полосе задерживания на выход его проходят составляющие не только боковой полосы частот выделяемого канала, но и ослабленных фильтром сигналов остальных  $(K - 1)$ -го каналов, которые после понижения частоты дискретизации накладываются на выделенный ка-

нальный сигнал в полосе частот ( $0 \pm f_{\text{д}}/4$ ). Это соответствует прохождению сигналов из канала в канал или взаимному влиянию каналов при их разделении (например, прослушиванию соседних каналов в телефонии). Поэтому требование к затуханию фильтров в полосе задерживания ( $a_3$ , дБ) в данной подсистеме РГС определяется также допустимым значением коэффициента или степени межканальной развязки при разделении группового сигнала  $a_p$ , дБ. При этом затухание ФНЧ в полосе задерживания должно превышать значение  $a_p$  на  $20 \lg(K - 1)$  децибелл:  $a_3 = a_p + 20 \lg(K - 1)$ , дБ. Данное требование предполагает одинаковое затухание АЧХ ФНЧ в пределах полосы задерживания и является предельным. При возрастающем затухании АЧХ по мере удаления от полосы пропускания степень взаимного влияния каналов уменьшается и требуемое минимальное затухание АЧХ ФНЧ приближается к значению  $a_p$ .

Подсистема РГС с квадратурной обработкой несколько сложнее, чем с полосовыми фильтрами, но она более технологична за счет идентичности всех канальных цифровых фильтров и создает меньшие частотные искажения, так как частотные характеристики вещественных ФНЧ строго симметричны относительно нулевой частоты. Она универсальна, так как не имеет ограничений на значения полос каналов и их центральных частот.

В заключение отметим, что каналообразование и разделение сигналов в МКС возможно не только с помощью цифровых фильтров, но и с помощью ДПФ (БПФ). Соответствующие алгоритмы могут быть получены на основе рассмотренной в предыдущих главах связи между ДПФ (БПФ) и цифровой фильтрацией сигналов.

## 11.4. ПРИМЕРЫ МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЧАСТОТНЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ СИГНАЛОВ

### 11.4.1. СИСТЕМЫ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ТЕЛЕФОНИИ С ЧАСТОТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ КАНАЛОВ

Системы многоканальной телефонии (МКТ) являются классическим примером или иллюстрацией МКС с частотным разделением сигналов. Формирование и разделение групповых сигналов МКТ осуществляется непосредственно рассмотренными выше методами. Различают 12-канальные системы МКТ, образующие первичную группу, 60-канальные – вторичная группа, включающие в себя 5 первичных 12-канальных групп, 300 или 600-канальные третичные группы и т. д [7, 18, 30].

В первичной 12-канальной группе используется однополосная модуляция на поднесущих и амплитудная модуляция на общей несущей. Такая группа характеризуется следующими параметрами:

полоса частот или ширина спектра канального сигнала (канала тональной частоты)  $\Delta f_{\text{кс}} = 0,31$  кГц;

граничные частоты полосы канального сигнала  $f_{\text{кс min}} = 0,3$  кГц,  
 $f_{\text{кс max}} = 3,4$  кГц;

полоса частот канала  $\Delta f_{\text{к}} = 4$  кГц;

число защитных полос  $K_3 = 2$ ;

число каналов с учетом защитных полос  $K = 14$ ;

номера защитных полос 0, 13;

частота дискретизации канального сигнала  $f'_{\text{д}} = 8$  кГц;

частота дискретизации группового сигнала  $f_{\text{д}} = 112$  кГц;

полоса частот группового сигнала с учетом защитных полос  $\Delta f_{\text{гс}} = 56$  кГц;

полоса частот группового сигнала, используемая для его передачи (60–108) кГц.

В соответствии с данными параметрами могут быть построены структурные схемы подсистем формирования и разделения групповых сигналов 12-канальной системы МКТ и определены требования к их элементам. Значения частот дискретизации канального и группового сигналов определяют коэффициенты повышения и понижения частоты дискретизации  $L = 14$ , по граничным частотам полосы канального сигнала  $f_{\text{кс min}}$ ,  $f_{\text{кс max}}$ , номеру канала и его полосе с помощью соотношений (11.1–11.3) находятся граничные частоты каналообразующих и разделяющих цифровых фильтров – ППФ или ФНЧ, значения их полос пропускания и переходных полос, по допустимым частотным искажениям канальных сигналов и межканальным искажениям (помехам) определяются требования к неравномерности АЧХ фильтров в полосе пропускания  $a_n$  и затуханию в полосе задерживания  $a_z$ . Для структур подсистем ФГС и РГС с цифровым гетеродинированием сигналов значениями центральных частот каналов  $f_{0i} = (f'_{\text{д}}/4) + if'_{\text{д}}/2 = 2 + i4$ , кГц определяются частоты гетеродинов, на которые производится перенос спектров сигналов, включая и центральную частоту боковой полосы канального сигнала  $f_{00} = (f'_{\text{д}}/4) = 2$  кГц.

Так как входной и выходной сигналы систем МКТ имеют аналоговую форму, то в подсистемах ФГС и РГС должны быть предусмотрены средства их аналого-цифрового и цифроаналогового преобразования. В подсистеме ФГС для выделения полосы частот группового сигнала (60–108) кГц, передаваемой в линию, может быть использована схема восстановления (цифроаналогового преобразования) рис. 11.11, а, включающая регистр преобразуемых кодов сигнала RG, цифроаналоговый преобразователь ЦАП, устройство выборки-хранения УВХ, аналоговый полосовой фильтр АПФ и два элемента задержки. В этой схеме УВХ со сбросом выполняет функцию амплитудно-импульсного модулятора (АИМ), преобразующего сигнал ЦАП ступенчатой формы в последовательность модулированных по амплитуде коротких импульсов длительностью  $\tau_0 = T_{\text{д}}/2$ , которые поступают на АПФ, настроенный на выделяемую полосу частот (60–108) кГц (рис. 11.11, б). Устройства ЦАП и



УВХ имеют частотную характеристику вида  $[\sin(\omega\tau_0/2)]/(\omega\tau_0/2)$  с первым нулем на частоте  $2f_d$  (рис. 11.11, б), практически не искажающую полосу частот (60–108) кГц спектра группового сигнала.

Для обработки сигналов МКТ могут быть эффективно использованы также алгоритмы на основе ДПФ (БПФ).

Более подробно приложение методов ФГС, РГС к системам МКТ и их проектирование рассмотрено в [31].

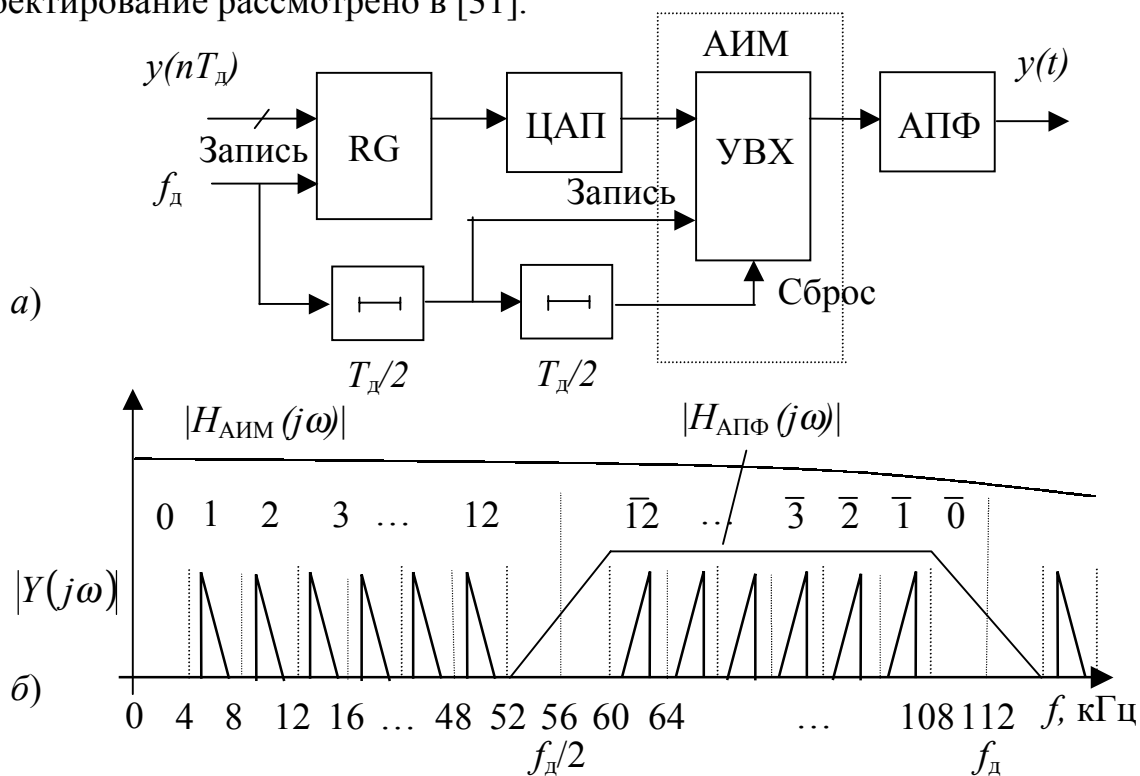


Рис. 11.11. Структурная схема восстановления группового сигнала (а) и соответствующие ей частотные диаграммы (б)

#### 11.4.2. СИСТЕМЫ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЧАСТОТНОЙ ТЕЛЕГРАФИИ

Системы многоканальной частотной телеграфии (МКС ЧТ) относятся к системам передачи дискретных сообщений или данных по стандартным телефонным каналам с помощью частотно-манипулированных сигналов. Разделение сигналов МК ЧТ включает в себя, как правило, и их цифровую демодуляцию. Число каналов МКС ЧТ зависит от скорости передачи (телеграфирования), определяющей полосу частот, отводимую на один телеграфный канал в полосе (0,3–3,4) кГц стандартного телефонного канала. Каналы более скоростных систем получают путем объединения (замещения) соответствующего числа каналов менее скоростной системы [29, 30].

Рекомендуемыми являются МКС ЧТ с числом каналов  $K = 6, 12, 24$  с центральными частотами каналов  $f_{0i} = 120 + i480$  Гц,  $i = 1, 2, \dots, 6$ ,  $f_{0i} = 240 + i240$  Гц,  $i = 1, 2, \dots, 12$ ,  $f_{0i} = 300 + i120$  Гц,  $i = 1, 2, \dots, 24$ , значениями девиации частоты  $F$ , соответственно,  $\pm 120, \pm 60, \pm 30$  Гц, скорости телеграфи-

рования  $V$  200, 100, 50 Бод и длительности посылок  $T_p$  5, 10, 20 мс. Частота дискретизации группового сигнала  $f_d = 7680$  Гц.

Значения полос каналов, их центральных частот и частоты дискретизации для данных МКС ЧТ не отвечают условию применения методов ФГС и РГС на основе переноса спектра при повышении и понижении частоты дискретизации. Поэтому они реализуются, как правило, методом цифрового гетеродирования сигналов с квадратурной обработкой. Кроме того, при генерации канальных сигналов и формировании групповых сигналов МК ЧТ существует проблема разрыва фазы колебаний с частотой  $f^+_i = f_{0i} + F$ , соответствующей передаче логической единицы (нажатию ключа) и частотой  $f^-_i = f_{0i} - F$ , соответствующей передаче логического нуля (отжатию ключа) при изменении типа (знака) посылки или передаваемого бита (0/1, 1/0). Они вызывают переходные процессы в цифровых фильтрах и межсимвольные искажения, снижающие скорость передачи информации и увеличивающие вероятность ошибок. Существуют специальные методы и алгоритмы генерации цифровых канальных и групповых сигналов в МКС ЧТ с непрерывной фазой.

В качестве примера на рис. 11.12 приведена структурная схема одного канала подсистемы ФГС, учитывающая специфику сигналов частотной телеграфии.

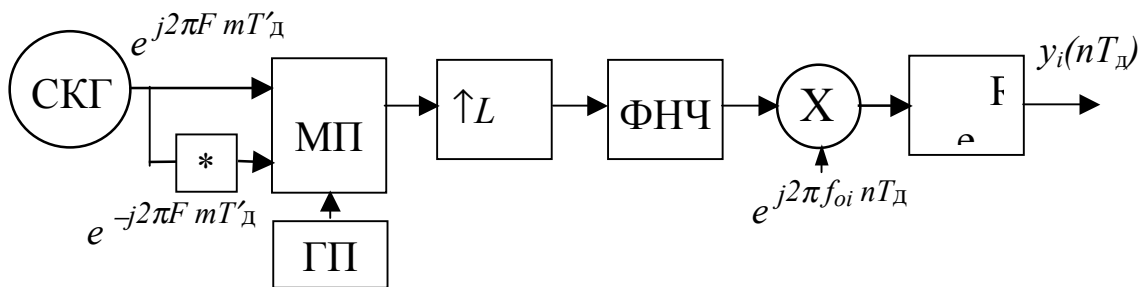


Рис. 11.12. Структурная схема подсистемы формирования группового ЧТ-сигнала

Она содержит генератор комплексного гармонического сигнала  $e^{j2\pi F m T'_d}$  (синус-косинусный генератор СКГ) и элемент его комплексного сопряжения, подключенные выходами к мультиплексору МП, управляемому генератором посылок ГП таким образом, что при передаче логической единицы на выход МП проходит сигнал СКГ

$$x_{i(1)}(m T'_d) = e^{j2\pi F m T'_d} = \cos(2\pi F m T'_d) + j \sin(2\pi F m T'_d),$$

а при передаче логического нуля сигнал, комплексно-сопряженный с ним:

$$x_i(0)(mT'_d) = e^{-j2\pi FmT'_d} = \cos(2\pi FmT'_d) - j \sin(2\pi FmT'_d).$$

При работе с вещественными числами формирование канального сигнала осуществляется коммутацией знака мнимой составляющей сигнала СКГ.

Далее обработка канального сигнала выполняется обычным образом. Значения коэффициентов повышения частоты дискретизации  $L$  составляют 4, 8, 16 ( $f'_d = 1920, 960, 480$  Гц) в соответствии с числом каналов системы  $K = 6, 12, 24$ . Частотная диаграмма группового сигнала 6-канальной МКС ЧТ приведена на рис. 11.13.

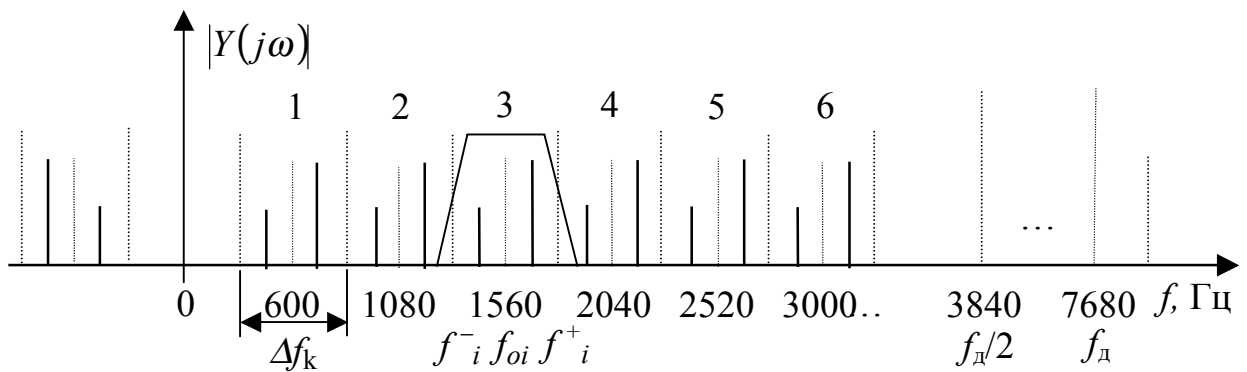


Рис. 11.13. Частотная диаграмма группового сигнала 6-канальной МКС ЧТ

Разрывы фазы канального сигнала частично сглаживаются за счет переходных процессов в цифровом фильтре-интерполяторе подсистемы ФГС.

**Разделение** группового сигнала МКС ЧТ можно выполнить с помощью гибридной подсистемы, сочетающей полосовую фильтрацию с квадратурной обработкой и демодуляцией сигнала ЧТ (рис. 11.14) [31].

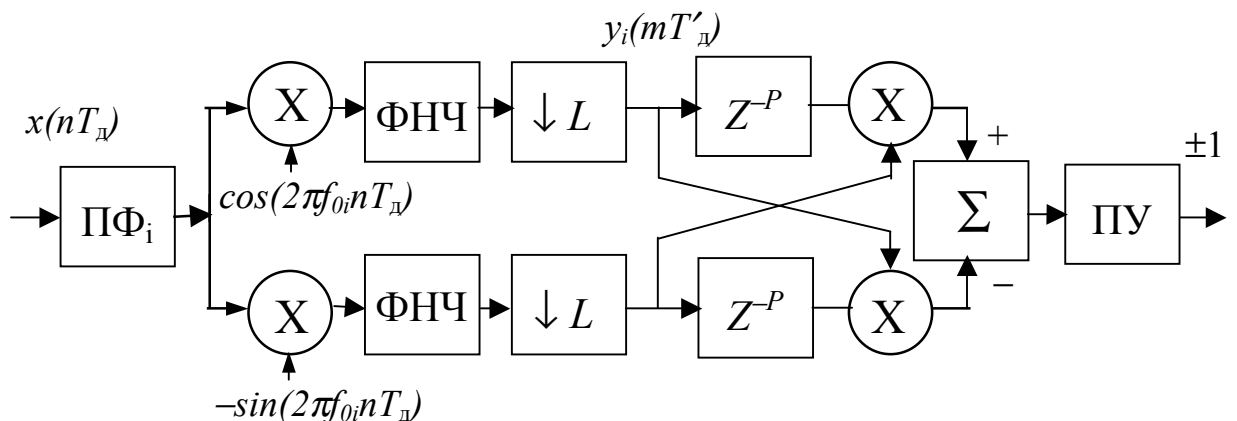


Рис. 11.14. Структурная схема разделения группового сигнала МКС ЧТ

С целью уменьшения взаимного влияния каналов выделение канального сигнала из группового предварительно осуществляется с помощью полосового фильтра ПФ<sub>i</sub>, настроенного на центральную частоту  $f_{0i}$  этого канала и

имеющего невысокую добротность. Далее спектр сигнала смещается влево на частоту  $f_{0i}$ , т. е. к нулевой частоте, фильтрами нижних частот выделяются синфазная и квадратурная составляющие канального сигнала с частотой девиации  $F$ , частота дискретизации которых понижается в  $L$  раз. Граничные частоты цифровых фильтров выбираются в соответствии с шириной спектра телеграфного сигнала [29] и частотными диаграммами сигналов МКС ЧТ рис. 11.13 [31]. Требования к неравномерности и затуханию АЧХ фильтров определяются уровнем допустимых межканальных искажений и вызываемых ими ошибок передачи. *Полосовые фильтры можно исключить, если функции селекции в полном объеме возложить на ФНЧ.*

Демодуляция сигнала выполняется с помощью помехоустойчивого квадратурного корреляционного демодулятора. Обе составляющие сигнала с частотой девиации  $F$  задерживаются с помощью элементов  $z^{-p}$  на  $1/4$  периода этой частоты, что соответствует значению  $p = 4$ . Выходным элементом демодулятора является двухуровневое пороговое устройство ПУ, которое при превышении сигналом на его входе значения пороговых уровней формирует стандартные значения выходного сигнала, равные  $+1$  при передаче логической единицы и  $-1$  при передаче логического нуля. Математическое описание такого демодулятора, также как и проектирование систем МК ЧТ приводится в [31].

Влияние помех в подсистеме разделения рис. 11.14 проявляется в дроблении посылки и изменении соотношения длительности посылок, соответствующих передаче логического нуля и единицы. Повышение помехоустойчивости и скорости МКС ЧТ дополнительно достигается с помощью решающего устройства, выполняющего анализ выходных сигналов порогового устройства и исправляющего ошибки демодуляции.

Аналогичным образом строятся также системы цифровой обработки сигналов многоканальной фазовой телеграфии (ФТ).

Для разделения сигналов МК ЧТ и ФТ можно эффективно использовать алгоритмы спектрального анализа сигналов на основе ДПФ (БПФ). Предлагается самостоятельно исследовать этот вопрос.

#### 11.4.3. ТРАНСМУЛЬТИПЛЕКСОРЫ

В настоящее время используются два основных типа систем связи и передачи данных – с частотным разделением каналов (ЧРК) и временным разделением каналов (ВРК). В связи с этим существует необходимость их сопряжения, которое выполняется с помощью специальных устройств, называемых трансмультиплексорами (ТМП) [7, 18]. ТМП строятся на базе рассмотренных подсистем ФГС и РГС, т. е. представляют комбинацию подсистем ФГС–РГС. Общая структура устройств сопряжения приведена на рис. 11.15. Она имеет аналоговый вход и выход группового сигнала системы ЧРК  $x(t)$ ,  $y(t)$  и цифровой вход и выход группового сигнала системы ВРК  $x_{ц}(t)$ ,  $y_{ц}(t)$ , а также аналоговые входы и выходы канальных сигналов  $x_i(t)$ ,  $y_i(t)$ . При

приеме сообщения (данных) с системы ЧРК ее групповой сигнал  $x(t)$  оцифровывается АЦП и обрабатывается в ТМП подсистемой РГС. Образующиеся на ее выходах цифровые каналные сигналы  $y_i(mT'_д)$  в параллельном коде либо преобразуются в аналоговые  $y_i(t)$  с помощью ЦАП для передачи абоненту, либо поступают на электронный коммутатор ЭК и преобразователь кода ПК, с помощью которого они преобразуются в групповой сигнал системы ВРК для дальнейшей передачи. Коммутатор работает с частотой дискретизации  $f_д$ , считывая циклически параллельные коды разрядностью  $q_y$  одноименных (имеющих одинаковый номер  $m$ ) отсчетов каналных сигналов  $y_i(mT'_д)$ ,  $i = 0, 1, \dots, (K - 1)$ , которые с помощью преобразователя кода ПК переводятся из параллельного кода в последовательный, т. е. в последовательность нулей и единиц, следующих с частотой, превышающей частоту дискретизации  $f_д$  в  $q_y$  раз по одной линии.

Если сообщения (данные) поступают с системы ВРК, то последовательный код ее группового сигнала преобразуется в последовательность параллельных кодов, соответствующих одноименным отсчетам каналных сигналов  $y_i(mT'_д)$ , разделяемых с помощью электронного коммутатора ЭК. В результате образуются  $K$  каналных цифровых сигналов, которые либо через ЦАП передаются абоненту, либо поступают на подсистему ФГС ТМП для передачи их в систему ЧРК. С помощью подсистемы ФГС каналные сигналы объединяются в групповой сигнал системы ЧРК, который преобразуется ЦАП в аналоговую форму и передается в линию связи.

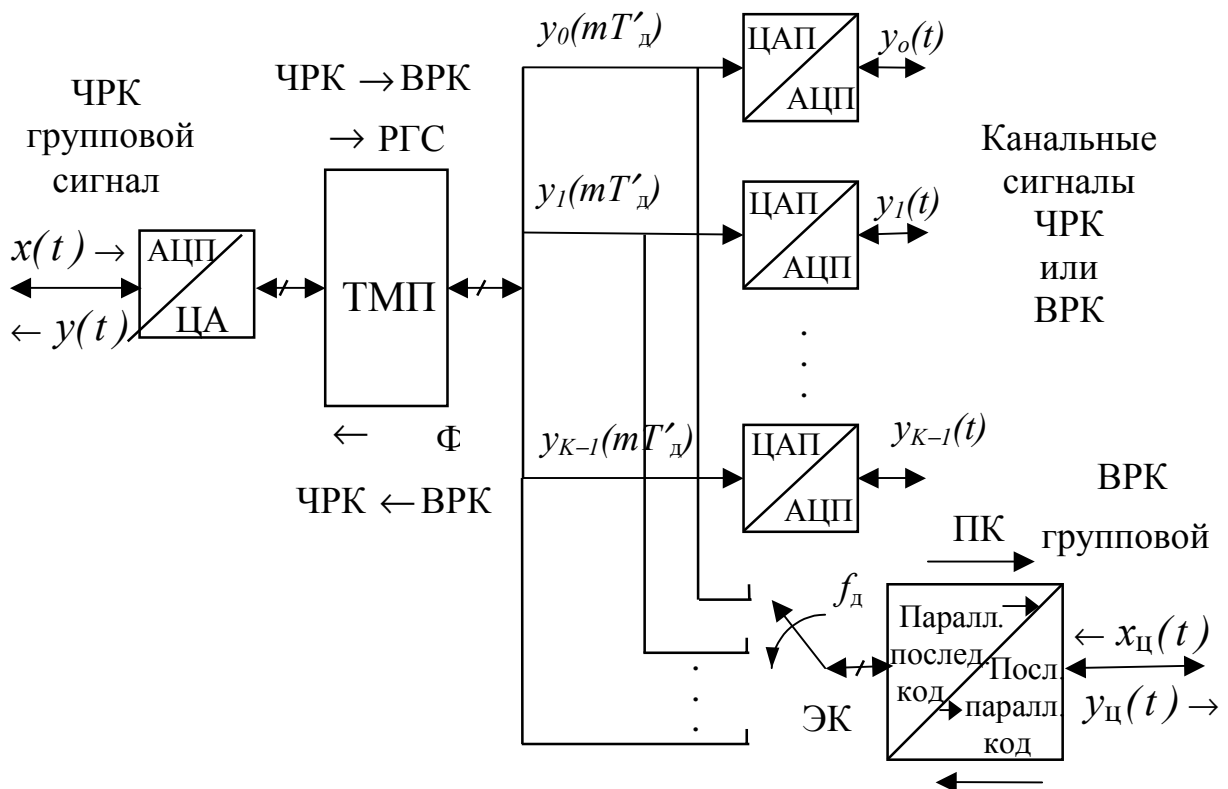


Рис. 11.15. Общая структура устройства сопряжения систем типа ЧРК–ВРК

ТМП классифицируются на одноуровневые и многоуровневые, с дополнительными преобразованиями или без них [7, 18]. Например, ТМП на 60 каналов представляет собой многоскоростную систему, в которой сигналы дискретизируются с частотой 8 кГц, 112 кГц и 576 кГц.

## 11.5. МНОГОКАНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ПОЛОСОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

### 11.5.1. ОСОБЕННОСТИ ПОЛОСОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Многоканальный полосовой анализ методически может быть отнесен к задаче разделения сложных дискретных сигналов на частотные полосы или каналы в соответствии с требуемым частотным разрешением. Цели и решение этой общей задачи зависят от структуры разделяемого сигнала. Выше предполагалось, что разделяемый групповой сигнал представляет совокупность объединенных известным образом сигналов информационных каналов и целью разделения является выделение канальных сигналов без искажения переносимой ими информации и в некоторых случаях демодуляции канальных сигналов.

При полосовом спектральном анализе (ПСА) спектр сигнала может быть не структурирован, а центральные частоты и полосы выделяемых каналов определяются исходя из целей спектрального анализа – оценки с необходимой точностью спектров амплитуд и фаз периодических сигналов, аргумента и/или модуля спектральной плотности непериодических сигналов или ее реальной и мнимой составляющих, по которым было бы возможно и обратное восстановление сигнала, т. е. его синтез, спектральной плотности мощности (СПМ) и/или взаимной СПМ (ВСПМ) случайных сигналов. Многоканальный полосовой анализ может иметь как равномерный, так и неравномерный разнос каналов анализа и их полос.

В отличие от спектрального анализа на основе ДПФ (см. главу 7) ПСА является текущим, т. е. его оценки получаются по текущим отсчетам анализируемого процесса и являются функциями не только частоты, но и времени или эпохи анализа. Это важно для обработки нестационарных сигналов типа речи, музыки, биомедицинских и др. Он предпочтительнее в ряде случаев по возможностям представления результатов анализа и требуемому объему вычислений.

Многоканальный полосовой анализ в зависимости от оцениваемых спектральных характеристик выполняется на основе полосовой фильтрации (энергетические характеристики спектра в соответствии с соотношением Парсеваля) и на основе квадратурной обработки (в соответствии с определением кратковременного комплексного преобразования Фурье). Он может быть как последовательным, так и параллельным.

Фильтровые методы ПСА широко используются для спектрального анализа речевых сигналов, биомедицинских ЭКГ, ЭЭГ), радиолокационных (в

системах селекции движущихся целей и измерения радиальной скорости), вибросигналов и акустических колебаний.

### 11.5.2. МНОГОКАНАЛЬНЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ ПОЛОСОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Многоканальные анализаторы на основе полосовых фильтров или иначе – на основе одномерной (неквадратурной) полосовой фильтрации вещественных сигналов выполняются в соответствии с одной из общих структурных схем одного канала, приведенных на рис. 11.16.

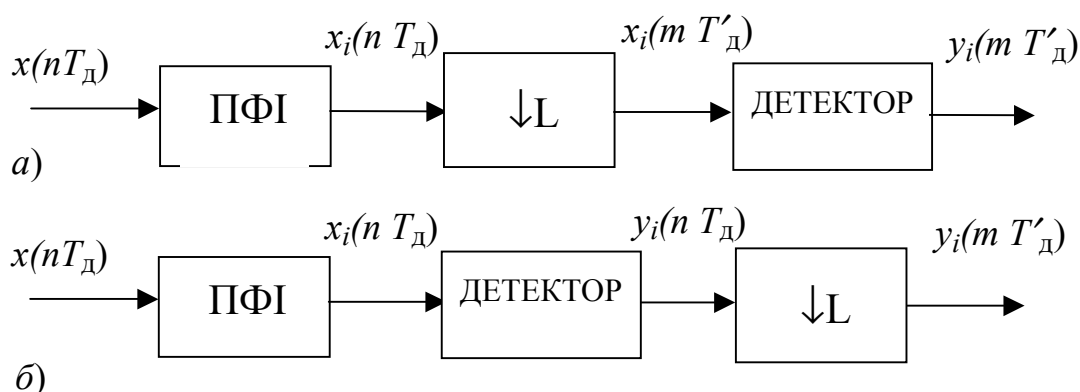


Рис. 11.16. Общие структурные схемы анализаторов спектра на основе полосовых фильтров

Первая из них (рис.11.16, а) аналогична структуре подсистемы РГС рис. 11.8 с переносом выделяемой полосы спектра в основную полосу частот канального сигнала (т. е. к нулевой частоте) путем понижения в  $L$  раз частоты дискретизации выходного сигнала полосового фильтра ПФі и с последующим дополнительным детектированием выделенного сигнала.

ЭТОЙ СТРУКТУРЕ СВОЙСТВЕННЫ ТЕ ЖЕ ОГРАНИЧЕНИЯ, ЧТО И СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ ПОДСИСТЕМЕ РГС, А ИМЕННО НАЛИЧИЕ ЖЕСТКОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВОЗМОЖНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ЧАСТОТ И ПОЛОС КАНАЛОВ ОТ ЧАСТОТ ДИСКРЕТИЗАЦИИ СИГНАЛОВ. КРОМЕ ТОГО, ЗДЕСЬ ПРИНЦИПИАЛЬНО НЕИЗБЕЖНЫ НАЛОЖЕНИЯ СПЕКТРОВ НА ГРАНИЦАХ ПОЛОС КАНАЛОВ ПРИ ПОНИЖЕНИИ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ В ВИДУ ОТСУТСТВИЯ ЗАЩИТНЫХ ЧАСТОТНЫХ ИНТЕРВАЛОВ МЕЖДУ НИМИ, ЧТО ПРЕДЪЯВЛЯЕТ ПОВЫШЕННЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К КРУТИЗНЕ СРЕЗОВ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛОСОВЫХ ФИЛЬТРОВ.

В СТРУКТУРЕ АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА РИС. 11.16, б Понижение частоты дискретизации осуществляется после детектирования сигнала, которое в этой схеме выполняется на высокой частоте дискретизации, но при

## ЭТОМ СНИМАЮТСЯ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ЧАСТОТ И ПОЛОС СИГНАЛОВ.

Структура детектора или алгоритм детектирования систем спектрального анализа на основе полосовых фильтров вытекает из соотношения Парсеваля об адекватности определения энергий или средних мощностей выделяемого полосовым фильтром ПФ $i$  сигнала  $x_i(nT_d)$  во временной и частотной области.

**Непериодические дискретные сигналы** характеризуются конечной энергией, которая адекватно определяется через их мгновенные значения и значения модуля спектральной плотности  $X(jf)$ :

$$\begin{aligned} T_d \sum_{n=0}^{N-1} x_i^2(nT_d) &= \int_{-f_d/2}^{f_d/2} |H_i(jf)X(jf)|^2 df = \\ &= 2 \int_{f_i - \Delta f/2}^{f_i + \Delta f/2} |X(jf)|^2 df = |\widehat{X}(jf_i)|^2 \Delta f, \end{aligned} \quad (11.4)$$

где  $|X(jf)|^2 = T_d \sum_{n=0}^{N-1} |x(nT_d)e^{-j2\pi f nT_d}|^2$  – спектральная плотность энергии дискретного сигнала, а  $|\widehat{X}(jf_i)|^2$  – оценка ее значения на частоте  $f_i$ , получаемая путем суммирования и усреднения квадратов (мгновенных мощностей) отсчетов сигнала на выходе  $i$ -го канала с центральной частотой  $f_i$  и эквивалентной полосой  $\Delta f$ , соответствующей полосе пропускания идеального полосового фильтра с прямоугольной АЧХ. Квадрат модуля ее равен 1, а энергия сигнала на выходе совпадает с энергией реального полосового фильтра с частотной характеристикой  $H_i(jf)$  при одинаковом для обоих фильтров входном сигнале (рис. 11.17).

**Периодические сигналы** характеризуются средней мощностью за период  $T = NT_d$ , которая может быть определена через их мгновенные значения и значения амплитуд гармоник  $X(jfk) = X(jk)$ :

$$\begin{aligned} \bar{x}_i^2(nT_d) &= (1/N) \sum_{n=0}^{N-1} x_i^2(nT_d) = (1/N) \sum_{k=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} |H_i(jfk)X(jk)|^2 = \\ &= (2/N) \sum_{k=k_H}^{k_G} |X(jk)|^2 = |\widehat{X}(jk_i)|^2 \Delta k. \end{aligned} \quad (11.5)$$

Здесь  $\Delta k = k_G - k_H$  – это число гармоник спектра сигнала, попадающих в полосу  $\Delta f$  эквивалентного полосового фильтра, а  $|\widehat{X}(jk_i)|^2$  – квадрат модуля эквивалентной гармоники сигнала с частотой  $f_i$ , средняя мощность которой равна сумме средних мощностей  $\Delta k$  гармоник. Она получается путем суммирования и усреднения квадратов отсчетов (мгновенных значений или



мгновенной мощности) сигнала  $x_i(nT_d)$  на выходе  $i$ -го полосового фильтра ПФ $_i$ . Это может быть также мощность одной реальной гармоники или частотной составляющей сигнала, находящейся в полосе канала.

**Случайные сигналы** также характеризуются средней мощностью, выражаемой через их мгновенные значения и СПМ  $P_x(f)$ :

$$\begin{aligned} \bar{x}_i^2(nT_d) &= (1/N) \sum_{n=0}^{N-1} x_i^2(nT_d) = 2 \int_0^{f_d/2} P_x(f) |H_i(jf)|^2 df = \\ &= 2 \int_{f_i - \Delta f/2}^{f_i + \Delta f/2} P_x(f) df = |\hat{P}_x(f_i)|^2 \Delta f. \end{aligned} \quad (11.6)$$

Здесь  $\hat{P}_x(f_i)$  – это оценка значения СПМ на центральной частоте  $i$ -го канала анализатора (рис. 11.17).

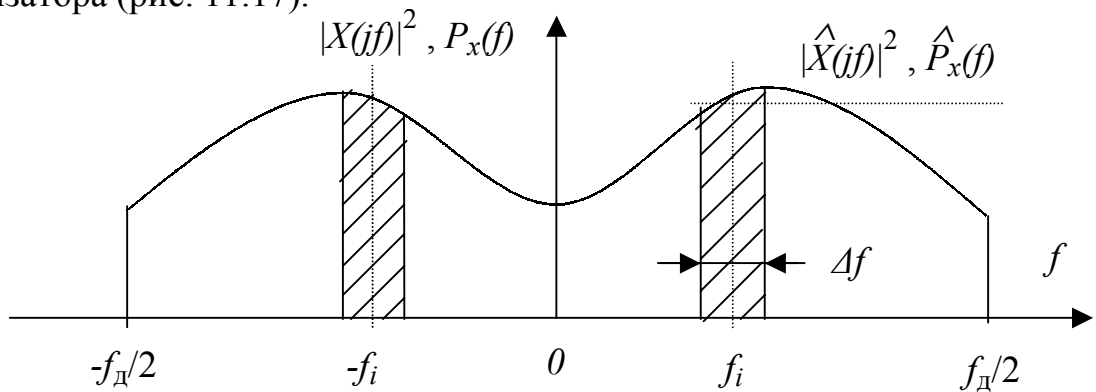


Рис. 11.17. Определение спектральных оценок в анализаторе спектра на основе полосовых фильтров

**Таким образом**, путем выполняемого детектором суммирования и усреднения квадратов мгновенных значений выходных сигналов  $x_i(nT_d)$  полосовых фильтров ПФ $_i$  и их соответствующего масштабирования могут быть получены оценки спектральных характеристик, соответствующие средней мощности  $|\hat{X}(jk_i)|^2$  или модулю  $|\hat{X}(jk_i)|$  одной или нескольких гармоник периодического сигнала, модулю  $|\hat{X}(f_i)|$  или квадрату модуля  $|\hat{X}(f_i)|^2$  спектральной плотности непериодического сигнала и СПМ  $\hat{P}_x(f_i)$  или среднеквадратическому значению  $\bar{\sigma}_x(f_i)$  случайного сигнала в полосе анализа  $\Delta f$ , относимые к центральной частоте этого канала  $f_i$  или номеру канала  $i$ .

Точность получаемых оценок зависит от степени близости частотных характеристик полосовых фильтров к идеальным, от времени усреднения (на-

копления) и от изменчивости спектральных характеристик сигналов во времени, т. е. степени стационарности их на интервале наблюдения.

ОПЕРАЦИИ ВОЗВЕДЕНИЯ СИГНАЛА В КВАДРАТ, СУММИРОВАНИЯ, НАКОПЛЕНИЯ (УСРЕДНЕНИЯ) И МАСШТАБИРОВАНИЯ ОЦЕНОК, А В НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОРНЯ КВАДРАТНОГО ВЫПОЛНЯЮТСЯ КАНАЛЬНЫМИ ДЕТЕКТОРАМИ АНАЛИЗАТОРА СПЕКТРА. В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОЛУЧАЕТСЯ СЛЕДУЮЩАЯ РАЗВЕРНУТАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ОДНОГО КАНАЛА ПСА (РИС. 11.18).

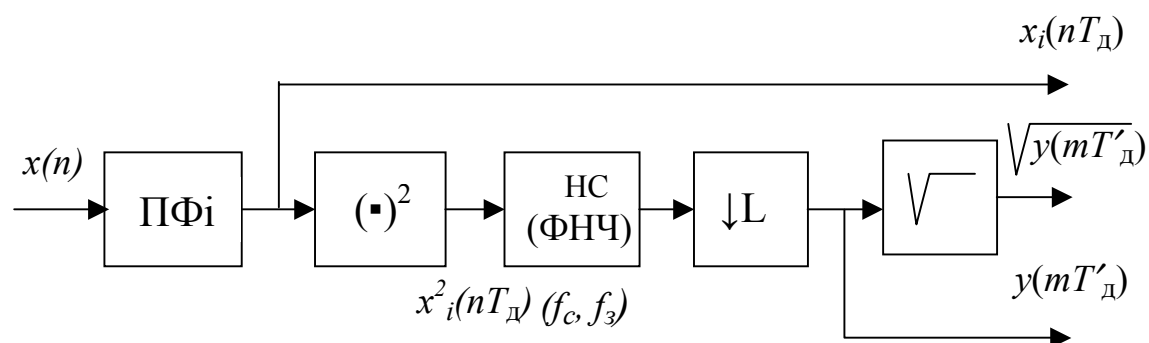


Рис. 11.18. Развернутая структурная схема канала анализатора спектра на основе полосовых фильтров

В этой схеме сигнал может сниматься с выхода полосового фильтра ПФi с целью его визуализации, с выхода прореживателя  $\downarrow L$ , соответствуя средней мощности сигнала или квадрату модуля спектральной плотности, и с выхода элемента извлечения квадратного корня, соответствуя среднеквадратичным значениям спектральных характеристик.

Функции усреднения реализуются накапливающим сумматором НС или сглаживающим ФНЧ другого типа. В соответствии с частотой задерживания  $f_3$  его АЧХ выбирается коэффициент понижения частоты дискретизации  $L$ :  $f'_d \geq 2f_3$ . Фильтр подавляет высокочастотные составляющие спектра сигнала, образующиеся в результате операции возведения в квадрат (комбинационные составляющие удвоенной и суммарной частот  $(mf_l + pf_q)$ ). При оценке текущего спектра частоту среза  $f_c$  ФНЧ или время накопления  $T_{\text{нак}}$  выбирают также с учетом скорости или времени изменения спектра. Например, для речевого сигнала это время примерно равно (10–30) мс, что соответствует частоте среза  $f_c = (30–100)$  Гц.

Вместо операции возведения сигнала в квадрат в анализаторах спектра используют также более простую операцию выпрямления (взятия по модулю). С помощью пересчета в этом случае также получают необходимые спектральные оценки.

Структуру, подобную рис. 11.18, имеют также и ранее широко применявшиеся аналоговые ПСА. В таких анализаторах спектра накопление и ус-

реднение сигналов осуществляется с помощью аналоговых интеграторов [5]. Их цифровым аналогом и является накапливающий сумматор.

Выбор полос анализа  $\Delta f$ , числа каналов и способа их разнеса – равномерного, неравномерного, например, 1/3-октавного, выполняется в соответствии с конкретной решаемой задачей.

Для случайного сигнала наряду с СПМ методами полосового анализа находится также оценка ВСПМ  $P_{x_1, x_2}(jf)$  двух случайных сигналов  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$  [5], основанная на соответствующем соотношении Парсевала:

$$(1/N) \sum_{n=0}^{N-1} x_{1i}(n)x_{2i}(n) = 2 \int_{f_i - \Delta f/2}^{f_i + \Delta f/2} P_{x_1, x_2}(jf) |H_i(jf)|^2 df.$$

Структурная схема  $i$ -го канала анализатора ВСПМ представлена на рис. 11.19.

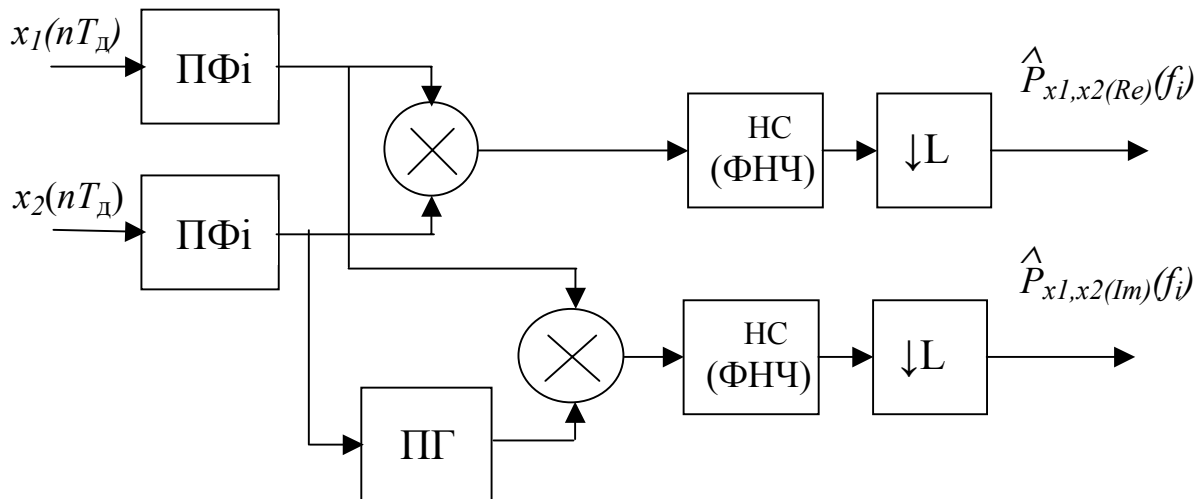


Рис. 11.19. Структурная схема канала полосового анализатора ВСПМ

Он обеспечивает отдельную оценку реальной части (Re) ВСПМ и мнимой части (Im). Для нахождения мнимой составляющей используется фильтр – преобразователь Гильберта, сдвигающий фазы всех составляющих сигнала на 90 градусов.

**В качестве примера рассмотрим 1/3-октавный полосовой анализ с неравномерным разнесом центральных частот и полос каналов.** Такой анализатор имеет логарифмический масштаб по частоте с постоянным отношением ширины полосы  $\Delta f_i$  к ее центральной частоте  $f_i$ :  $\Delta f_i / f_i = 2^{1/6} - 2^{-1/6} = 0,23$ . Весь анализируемый диапазон частот сигнала ( $f_{min} - f_{max}$ ) разбивается при этом на  $Q$  октав, где  $Q = [\log_2(f_{max} / f_{min})]_{цнч}$ , **верхние границы** которых определяются по правилу:

$$f_{окт(1)} = f_{max} ; f_{окт(2)} = f_{окт(1)} / 2 ; \dots f_{окт(l)} = f_{окт(l-1)} / 2.$$

Каждая октава в свою очередь разбивается на 1/3-октавные полосы (3 полосы), **верхние граничные частоты** которых (рис. 11.20) определяются соотношениями:

$$f_{n(1)} = f_{окт(l)}; f_{n(2)} = f_{n(1)} / 2^{1/3}; f_{n(3)} = f_{n(2)} / 2^{1/3}.$$

Центральная частота  $l$ -ой октавы находится как  $f_{0(l)} = f_{окт(l)} / 2^{1/2}$ , а центральные частоты 1/3-октавных полос

$$f_{0n(1)} = f_{n(1)} / \sqrt{2}^{1/3} = f_{n(1)} / 2^{1/6}; f_{0n(2)} = f_{n(2)} / 2^{1/6}; f_{0n(3)} = f_{n(3)} / 2^{1/6}.$$

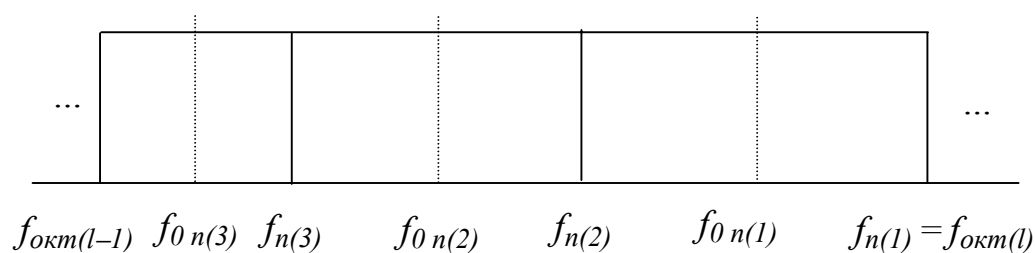


Рис. 11.20. Граничные и центральные частоты 1/3-октавных полос

Значения 1/3-октавных полос равны:

$$\Delta f_{n(1)} = 0,23 f_{0n(1)}; \Delta f_{n(2)} = 0,23 f_{0n(2)}; \Delta f_{n(3)} = 0,23 f_{0n(3)}.$$

Полосовые 1/3-октавные анализаторы спектра традиционно используются в акустике, включая инфразвук, слышимый звук (аудиосистемы), ультразвук, в виброакустике [6,32].

Например, анализатор звуковых сигналов аудиосистем в диапазоне частот 25 Гц–20 кГц [6], составляющем 10 октав, имеет 30 анализируемых частотных полос и, соответственно, полосовых фильтров с примыкающими друг к другу полосами пропускания при работе в режиме 1/3-октавного полосового анализа. В режиме октавного анализа используется 10 фильтров.

Анализатор широкополосных виброакустических сигналов в диапазоне частот 0,7 Гц–11,3 кГц, составляющем 14 октав, имеет 42 полосы анализа [32]. Он реализован на основе ФНЧ с перекрывающимися полосами пропускания, при этом выходные сигналы соседних каналов (полос) анализа, пропорциональные СПМ, вычитаются. Частоты среза ФНЧ каждой октавы (включающей три фильтра) соответствуют нижним граничным частотам 1/3-октавных полос, выходной сигнал третьего ФНЧ  $l$ -ой октавы, подаваемый на вход фильтров  $(l+1)$ -ой октавы, прореживается с коэффициентом прореживания 2.

При этом сохраняются неизменными отношения частот дискретизации к значениям граничных частот фильтров в каждой октаве и обеспечивается идентичность наборов из трех фильтров во всех октавах. Частота дискретизации входного сигнала анализатора спектра составляет  $f_d = 30$  кГц, а по-

следняя октава работает с частотой дискретизации  $f'_{д(14)} = f_{д}/2^{13} = 3,66$  Гц. Структурная схема, соответствующая двум первым октавам анализатора спектра, приведена на рис. 11.21.

В [32] приводится также пример реализации многоканального полосового анализатора взаимных спектров сигналов (анализатора ВСМП).

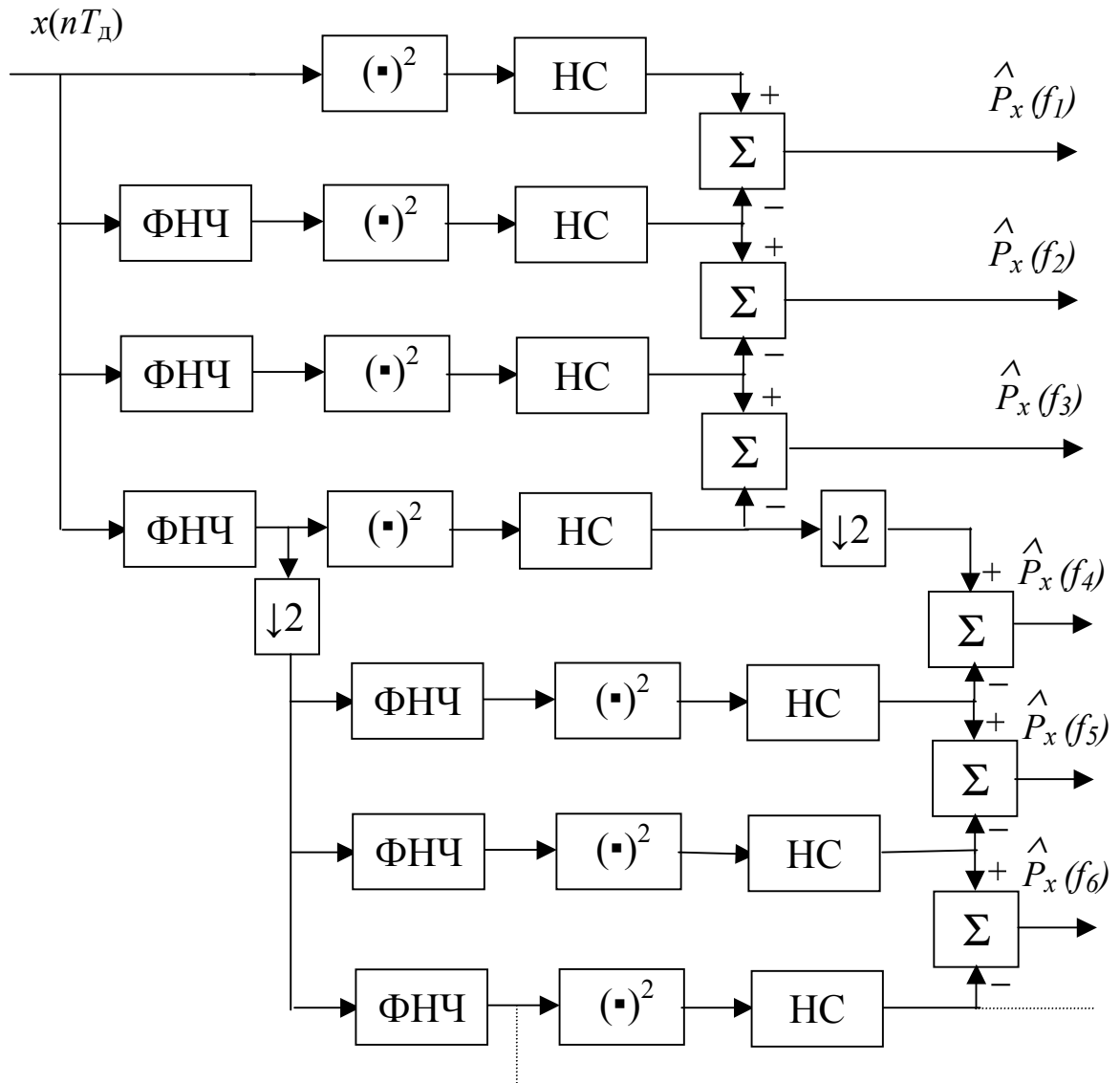


Рис. 11.21. Структурная схема первых двух октав 1/3-октавного полосового анализатора спектра

### 11.5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРАТКОВРЕМЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ И ЕГО ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОСРЕДСТВОМ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Полосовые анализаторы спектра с квадратурной обработкой сигналов основываются на определении кратковременного преобразования Фурье [24]. В отличие от анализаторов на основе полосовых фильтров, измеряющих только энергетические характеристики спектра, они позволяют оценить **комплексную спектральную плотность сигнала** и обеспечивают возможность его восстановления (синтеза) по результатам анализа и последующей обработки, в частности, в системах анализа – синтеза речевых сигналов.

Кратковременное преобразование Фурье введено для сигналов с изменяющимися во времени спектральными характеристиками. Оно является функцией двух аргументов – частоты  $\omega$  и времени  $nT_d$  (или номера отсчета  $n$ ) и определяется выражением:

$$X(j\omega, n) = \sum_{m=-\infty}^n w(n-m)x(m)e^{-j\omega mT_d} . \quad (11.7)$$

Путем замены переменной суммирования выражение (11.7) приводится к другой форме:

$$\begin{aligned} X(j\omega, n) &= \sum_{m=-\infty}^n w(m)x(n-m)e^{-j\omega(n-m)T_d} = \\ &= e^{-j\omega(n)T_d} \sum_{m=-\infty}^n w(m)x(n-m)e^{j\omega mT_d} = e^{-j\omega(n)T_d} \tilde{X}(j\omega, n) , \end{aligned} \quad (11.8)$$

где

$$\tilde{X}(j\omega, n) = \sum_{m=-\infty}^n w(m)x(n-m)e^{j\omega mT_d} . \quad (11.9)$$

**При фиксированном  $n$**   $X(j\omega, n)$  представляет собой обычное преобразование Фурье взвешенной весовой функцией или временным окном  $w(n)$  последовательности  $w(n-m)x(m)$ . **При фиксированном значении  $\omega$**  выражение (11.7) представляет собой свертку последовательностей  $w(n)$  и  $x(n)e^{-j\omega nT_d}$  и может быть интерпретировано посредством линейной фильтрации в соответствии со структурными схемами рис. 11.22.

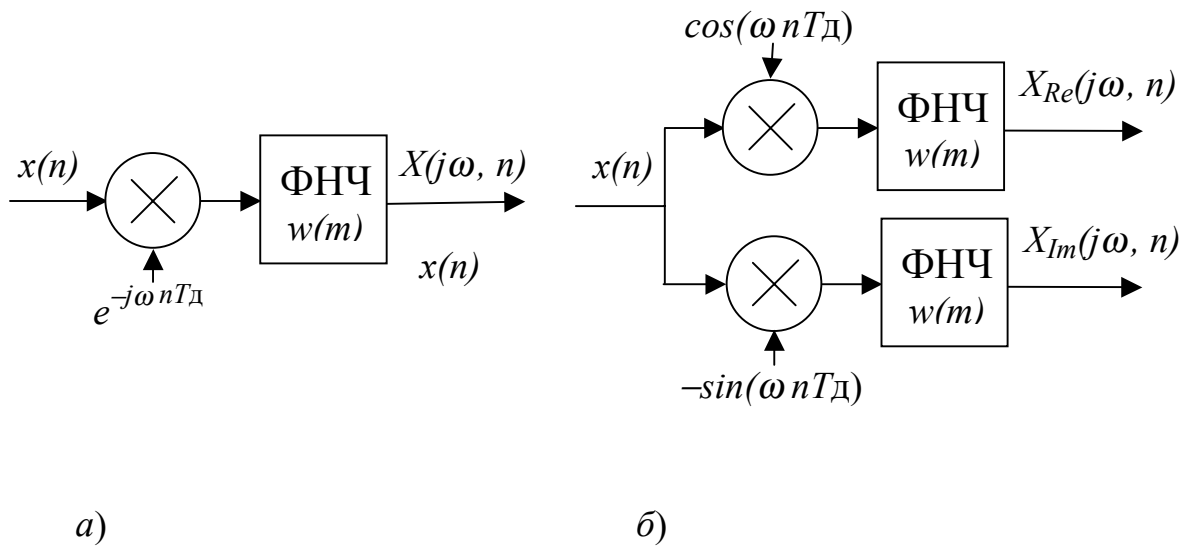


Рис. 11.22. Структурные схемы представления кратковременного преобразования Фурье с помощью цифровой фильтрации, оперирующие с комплексными (а) и вещественными (б) числами

В этих схемах спектр сигнала  $x(n)$  смещается к нулевой частоте и фильтруется комплексным или парой вещественных ФНЧ с **импульсной характеристикой**  $h(n) = w(n)$ , являющейся весовой функцией  $w(n)$  в (11.7). При этом выходной сигнал фильтра (или фильтров)  $X(j\omega, n)$  является обратным преобразованием Фурье произведения смещенного к нулевой частоте обычного преобразования последовательности  $x(n)$   $X[j(\theta + \omega)]$  и частотной характеристики фильтра (весовой функции)  $W(j\theta)$ , где  $\theta$  – частотная переменная для обычного преобразования Фурье, т. е.

$$X(j\omega n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W(j\theta) X[j(\theta + \omega)] e^{j\theta n T_d} d\theta. \quad (11.10)$$

Относительно переменной  $\omega$  (11.10) представляет собой свертку смещенного к нулевой частоте комплексного спектра (преобразования Фурье) сигнала  $x(n)$  с частотной характеристикой фильтра. Если частотная характеристика фильтра близка к прямоугольной и имеет узкую полосу пропускания, то преобразование Фурье взвешенной последовательности  $x(n)w(n - m)$  достаточно точно соответствует преобразованию Фурье, т. е. спектральной плотности последовательности  $x(n)$  на частоте  $\omega$ .

Так как кратковременное преобразование Фурье при фиксированном  $n$  обладает всеми свойствами обычного преобразования Фурье, то это означает, что последовательность  $x(n)$  может быть **точно восстановлена** по ее кратковременному преобразованию Фурье:

$$w(n - m)x(m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(j\omega, n) e^{j\omega m T_d} d\omega.$$

Если  $w(0) \neq 0$ , то при  $m = n$  получается:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi w(0)} \int_{-\pi}^{\pi} X(j\omega, n) e^{j\omega n T_d} d\omega.$$

Таким образом, неравенство  $w(n)$  нулю при  $n = 0$  является единственным условием восстановления сигнала по его кратковременному преобразованию Фурье, что имеет большое практическое значение.

Из выражений (11.8), (11.9) следует еще одна форма интерпретации кратковременного преобразования Фурье посредством линейной фильтрации, соответствующая структурной схеме рис. 11.23, а.

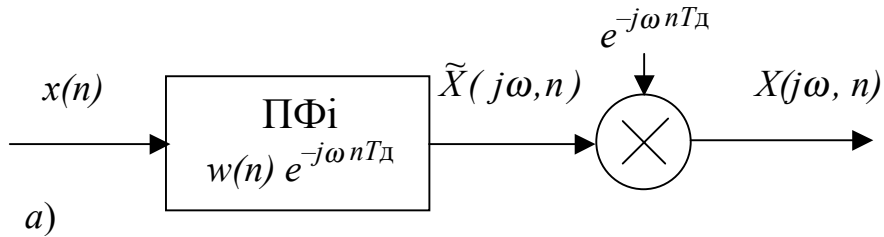


Рис. 11.23. Структурная схема представления кратковременного преобразования Фурье с помощью полосовых фильтров, оперирующая с комплексными (а) и вещественными (б) числами

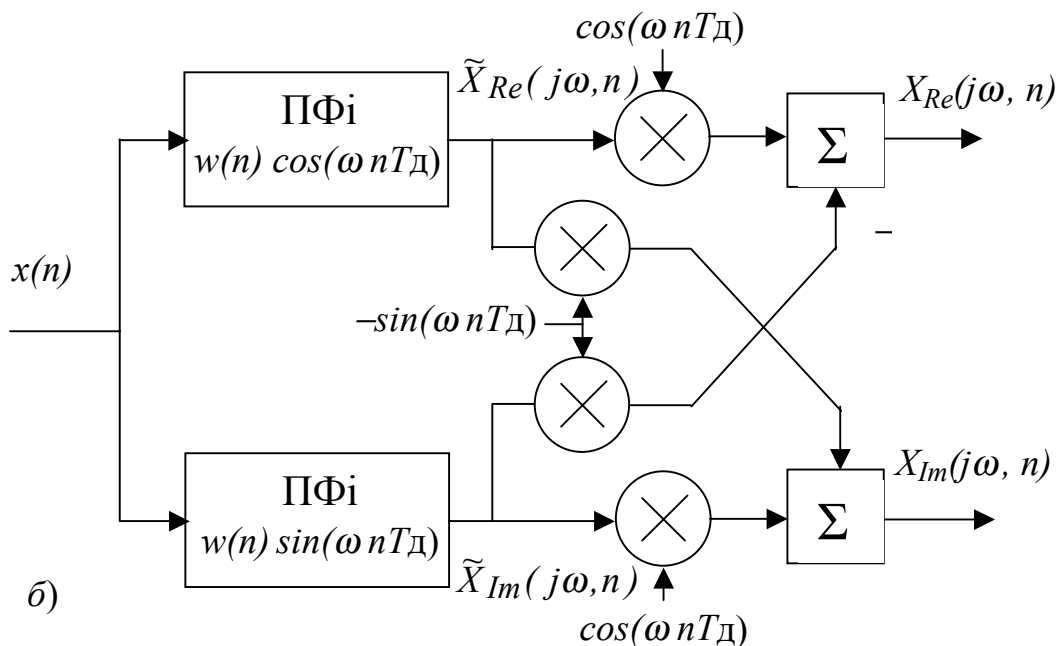


Рис. 11.23. Окончание



Здесь входная последовательность обрабатывается комплексным полосовым фильтром с импульсной характеристикой  $h(n) = w(n)e^{j\omega nT_d}$ , в результате чего получается последовательность  $\tilde{X}(j\omega, n)$ , спектр которой затем смещается влево на частоту  $\omega$ , т. е. к нулевой частоте.

В структуре рис. 11.23, б аналогичные операции выполняются с вещественными числами.

Оба варианта реализации комплексного преобразования Фурье (с помощью ФНЧ и полосовых фильтров) эквивалентны, но структурная схема рис. 11.23 с полосовыми фильтрами в общем случае является более сложной.

Вычисление **модуля спектра**  $|X(j\omega, n)| = [X_{Re}^2(j\omega, n) + X_{Im}^2(j\omega, n)]^{1/2}$  можно выполнить в соответствии со структурной схемой рис. 11.24, получаемой на основе структуры рис. 11.22. Она представляет собой квадратурный амплитудный демодулятор (детектор), не требующий в отличие от анализаторов с неквадратурной обработкой (на основе полосовой фильтрации) рис. 11.18 усредняющего или сглаживающего фильтра.

На основе структурной схемы рис. 11.23 с полосовыми фильтрами можно также вычислить модуль спектра, причем в тех случаях, когда не требуется знание комплексного спектра, эта структура (рис. 11.25) оказывается проще, чем структура рис. 11.24 на основе ФНЧ.

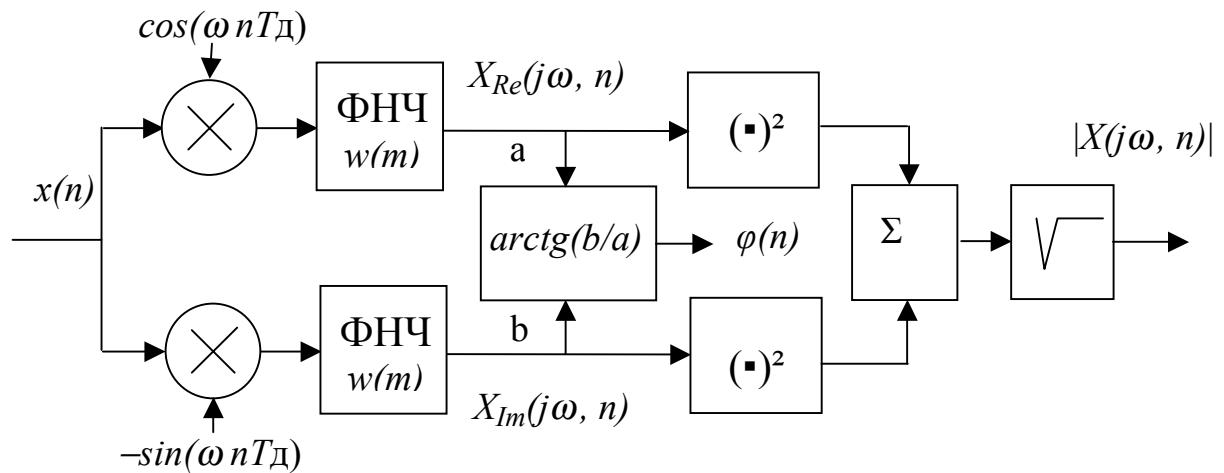


Рис. 11.24. Структурная схема вычисления модуля кратковременного преобразования Фурье

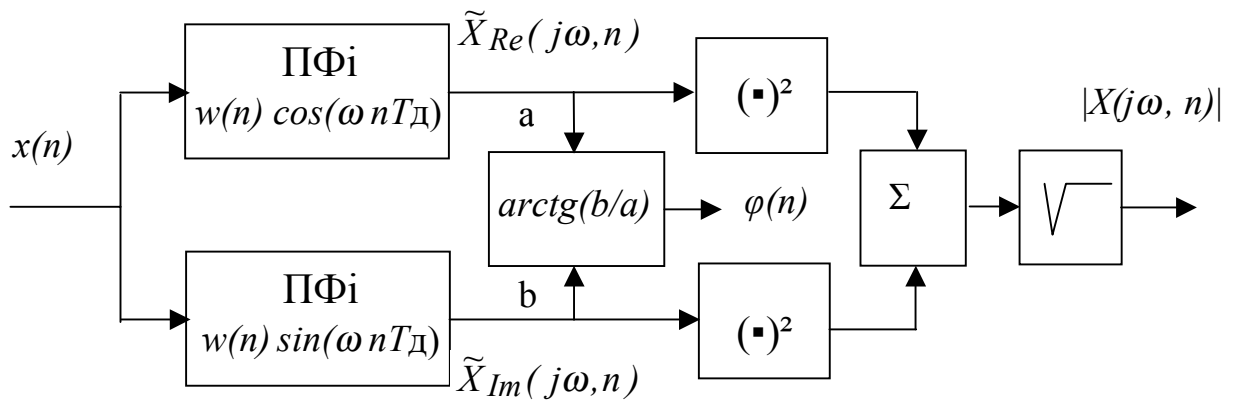


Рис. 11.25. Структурная схема вычисления модуля кратковременного преобразования Фурье с помощью полосовых фильтров

#### 11.5.4. МНОГОКАНАЛЬНЫЕ АНАЛИЗАТОРЫ СПЕКТРА С КВАДРАТУРНОЙ ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ

Многоканальный анализатор спектра на основе кратковременного преобразования Фурье получается путем дискретизации сигнала в частотной области, т. е. путем разбиения полосы частот  $(0 \pm \omega_{\text{д}}/2)$  на полосы анализа или каналы с центральными частотами  $\omega_k$ . **Дискретизация по частоте** должна быть выполнена с шагом  $\Delta\omega$ , исключающим наложения во временной области. Наиболее просто этот вопрос решается в случае импульсных характеристик фильтров (т. е. весовых функций  $w(n)$ ) конечной длины  $N$ . Так как весовая функция ограничивает текущую реализацию сигнала  $x(n)$   $N$  отсчетами, то как и для ДПФ, шаг дискретизации по частоте должен отвечать условию:  $\Delta\omega \leq \omega_{\text{д}}/N$  (условию теоремы отсчетов в частотной области). При таком шаге дискретизации по частоте можно точно восстановить сигнал  $x(n)$  по значениям  $X(j\omega_k, n)$ . Таким образом, длина импульсной характеристики анализирующих фильтров (весовой функции  $w(n)$ ) определяет и число каналов анализа спектра  $K$ , равное  $N$  в случае комплексных сигналов и  $N/2$  – в случае вещественных. Можно показать, что эффективные полосы полосовых фильтров каналов анализатора спектра с квадратурной обработкой при этом **перекрываются**.

Сигналы  $X(j\omega_k, n)$  на выходах каналов анализатора имеют спектр, ограниченный частотой задерживания  $f_3$  фильтров нижних частот, что позволяет понизить частоту дискретизации выходных сигналов во временной области до значения  $f'_{\text{д}} \geq 2f_3$ . Это соответствует коэффициенту прореживания  $L = f_{\text{д}}/f'_{\text{д}} = f_{\text{д}}/2f_3$ .

В качестве ФНЧ могут быть использованы КИХ-фильтры, импульсной характеристикой  $h(n)$  которых является одна из типовых весовых функций, например, прямоугольная, треугольная, Ханна, Хэмминга и др. В этом случае

минимальное значение  $f'_d$  определяется шириной главного лепестка  $\Delta f_{2l}$  весовой функции:

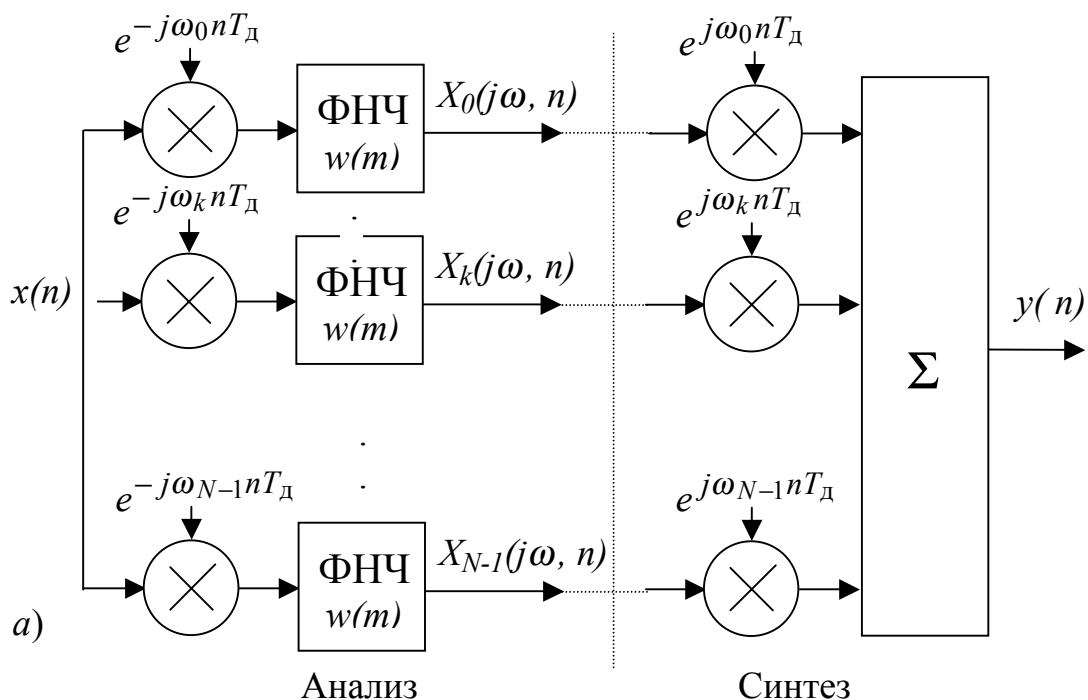
$$f'_d \geq \Delta f_{2l} = Df_d/N; \quad L = f_d/f'_d = N/D,$$

где  $D \geq 2$  – коэффициент ( $D$ -фактор), зависящий от вида весовой функции (см. главы 3, 7). Например, для фильтра на основе весовой функции Хэмминга ( $D=4$ ) длине  $N=100$  и частоте дискретизации входного сигнала  $f_d=10000$  Гц соответствуют значения  $f'_d=400$  Гц,  $L=25$ . При этом нужно иметь в виду, что за счет конечного затухания частотной характеристики фильтра в полосе задерживания будут иметь место наложения в частотной области, зависящие от уровня боковых лепестков весовой функции, который должен быть достаточно мал.

Кратковременное преобразование Фурье при дискретизации в частотной области с шагом  $\Delta f=f_d/N$  и при  $(N/D)$ -кратном прореживании во временной области требует обработки в  $D$  раз больше отсчетов, чем для описания самого сигнала  $x(n)$ , усеченного весовой функцией длиной  $N$ . Однако такое представление создает возможность гибкого управления параметрами сигнала во временной и частотной областях с последующим его восстановлением, что очень важно при обработке речевых и аудиосигналов.

Если в спектре сигнала отсутствуют частотные составляющие в определенной полосе или они не представляют интереса, то соответствующие каналы в структуре анализатора спектра могут быть опущены.

**Восстановление или синтез сигналов** по их кратковременному преобразованию Фурье осуществляется методом суммирования выходов гребенки фильтров в соответствии со структурной схемой рис. 11.26.



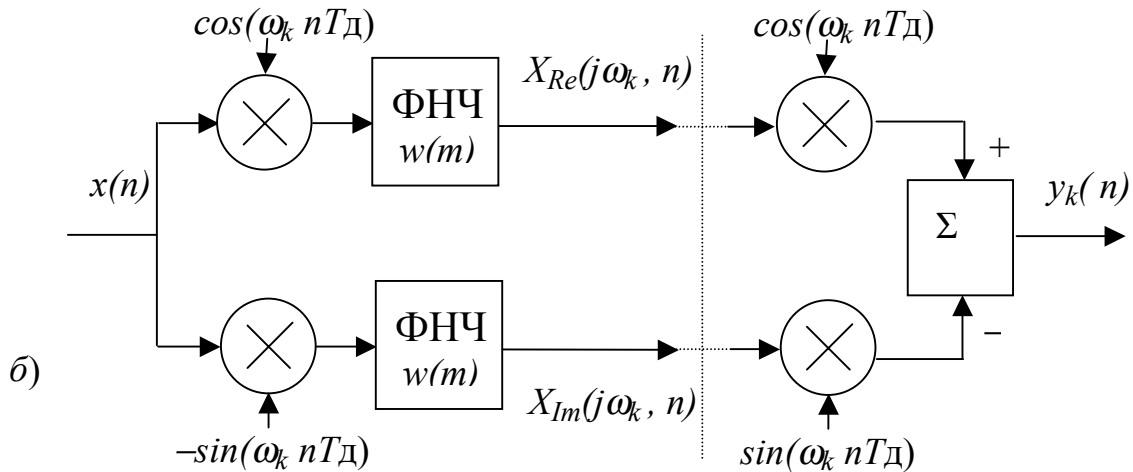


Рис. 11.26. Структурная схема системы анализа – синтеза сигналов на основе кратковременного преобразования Фурье (а) и структура одного канала, оперирующая с вещественными числами (б)

При обработке вещественных сигналов в структуре системы анализа–синтеза присутствуют только каналы с номерами  $k = 0, 1, \dots, (N/2)$ , на выходах которых необходимо включить элементы взятия реальной части (Re). Этому условию отвечает структура канала рис. 11.26, б, на выходе которой получается вещественный выходной сигнал  $y_k(n)$ .

Используя рис. 11.23, аналогичную структуру системы анализа – синтеза можно построить и на основе полосовых фильтров.

В подсистеме анализа возможно изменение параметров сигнала в желаемом направлении путем взвешивания выходов каналов анализа некоторой комплексной последовательностью  $P(j\omega_k)$  с последующим восстановлением в подсистеме синтеза скорректированного сигнала, например, речевого, аудио и др. Операцию взвешивания можно выполнить и на выходах каналов синтеза сигнала. С помощью комплексных весовых коэффициентов осуществляется также коррекция результирующей частотной характеристики системы анализа – синтеза, приближающая ее к идеальной – со строго плоской АЧХ и линейной ФЧХ.

Исследуя структуру канала рис. 11.26, а (или структуру на основе полосовых фильтров), можно показать, что она эквивалентна с учетом весовых коэффициентов полосовому фильтру с вещественной импульсной характеристикой  $h_k(n) = 2|P_k|w_k(n)\cos(\omega_k n T_d)$ . Каналу  $k = 0$  при этом соответствует ФНЧ с импульсной характеристикой  $h_0(n) = w_0(n)$ , а каналу  $k = N/2$  (при четном  $N$ ) ФНЧ с импульсной характеристикой  $h_{N/2}(n) = w_{N/2}(n)(-1)^n$  (или ФВЧ). Однако при реализации системы на основе таких фильтров отсутствуют выходы комплексных сигналов подсистемы анализа.

На рис. 11.27 приведены полные структурные схемы одного канала систем анализа – синтеза с квадратурной обработкой сигналов с использованием

ФНЧ, оперирующие с комплексными ( $a$ ) и вещественными ( $b$ ) числами и с использованием полосовых фильтров ( $c$ ), которые учитывают понижение частоты дискретизации по времени при анализе сигнала и повышение частоты дискретизации при синтезе. При правильной дискретизации сигналов во временной и частотной областях (см. выше) общая импульсная характеристика системы анализа – синтеза

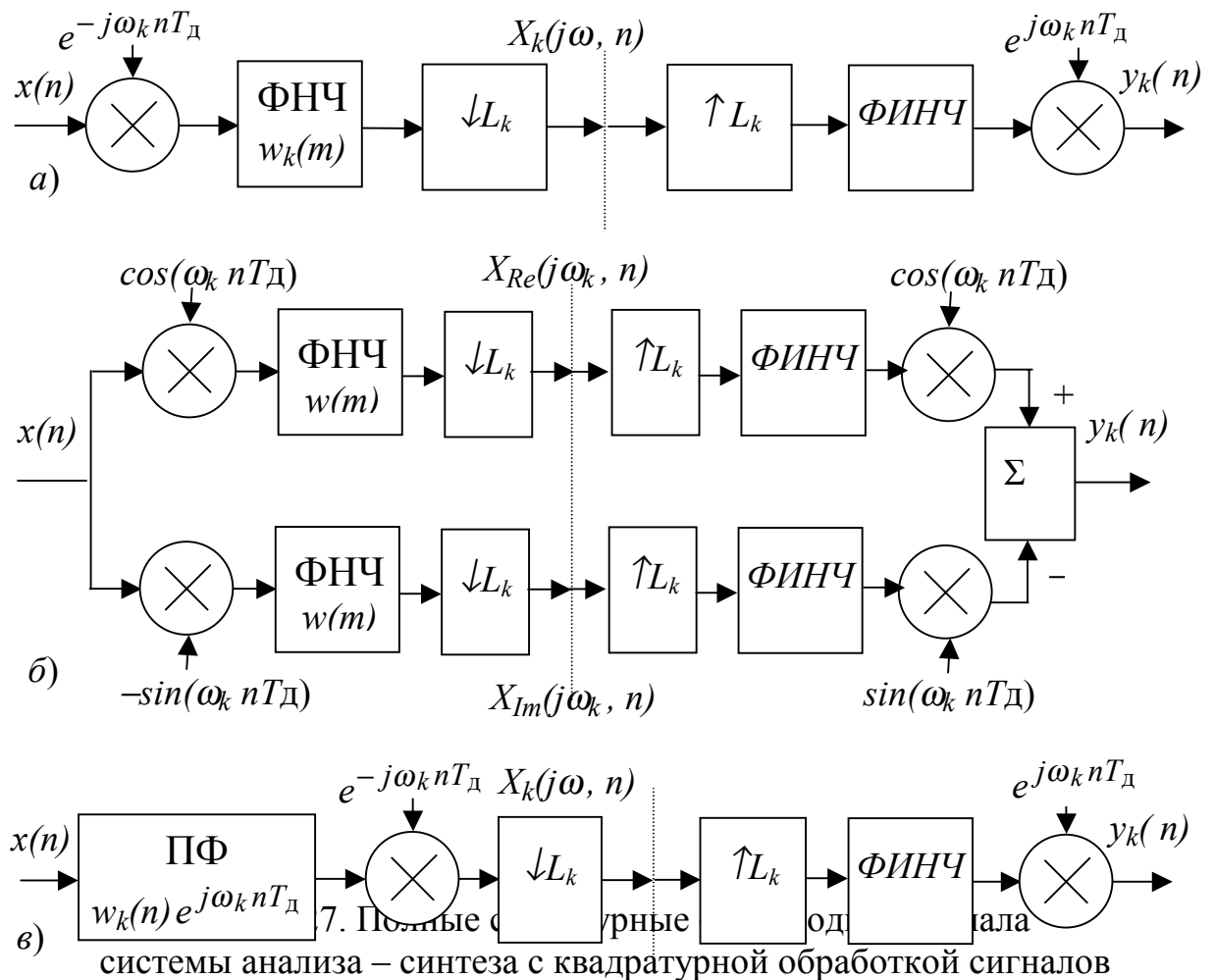
$$\tilde{h}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w(n) e^{j\omega_k n T_d} = Nw(0)\delta(n)$$

представляет масштабированный единичный импульс  $\delta(n)$ , а ее выходной сигнал

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} y_k(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(j\omega_k, n) e^{j\omega_k n T_d} = Nw(0)x(n)$$

совпадает с масштабированным входным сигналом.

Хотя приведенные выше частоты дискретизации во временной и частотной областях являются теоретически минимальными, в [24] показана возможность точного восстановления сигнала (при наличии постоянной задержки на время  $rNT_d$ ), когда дискретизация в частотной области осуществляется на частотах  $\omega_k = k\omega_d/K$ ,  $k = 0, 1 \dots K-1$ , где  $K < N$ , т. е. когда число каналов анализа меньше длины импульсной характеристики фильтров (ширины окна)  $N$ , а также для случая неравноразнесенных центральных частот каналов. При этом эффективные полосы полосовых фильтров каналов анализатора спектра с квадратурной обработкой не перекрываются. Там же рассмотрен синтез реальных БИХ и КИХ-фильтров (ФНЧ и ППФ), которые удовлетворяют условию точного восстановления сигнала при числе каналов анализатора спектра  $K < N$ . Они используются в системах анализа–синтеза речи с минимальной памятью (т. е. в системах сжатия речи) или минимальной скоростью передачи речи, а также для визуального отображения спектра.



с использованием ФНЧ (а), (б) и полосовых фильтров (в)

НАПРИМЕР, В [24] ПРИВОДИТСЯ СИСТЕМА АНАЛИЗА–СИНТЕЗА РЕЧИ С ПАРАМЕТРАМИ: ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ  $F_d = 10000$  ГЦ, ЧАСТОТНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ  $\Delta F = 100$  ГЦ, ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ЧАСТОТЫ КАНАЛОВ  $F_k = K F_d / N$ , ГДЕ  $N = F_d / \Delta F = 100$ ,  $K = 0, 1, \dots, K - 1$ ,  $K < N$ . ПОЛОСА АНАЛИЗА (100–3000) ГЦ, ЧТО СООТВЕТСТВУЕТ ЧИСЛУ КАНАЛОВ  $K = 30$ . В КАЧЕСТВЕ ФНЧ В ЭТОЙ СИСТЕМЕ ИСПОЛЬЗОВАНЫ РЦФ БЕССЕЛЯ 6-ГО ПОРЯДКА С ЧАСТОТОЙ СРЕЗА  $F_c = 60$  ГЦ, ИМЕЮЩИЕ ПРАКТИЧЕСКИ ЛИНЕЙНУЮ ФЧХ. ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЗАДЕРЖКИ ПОЛУЧЕНА УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГРЕБЕНКИ ФИЛЬТРОВ С НЕРАВНОМЕРНОСТЬЮ АЧХ ОКОЛО 0,8 ДБ И НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ФЧХ 0,6 ГРАДУСА.

В системах полосового анализа и синтеза сигналов с квадратурной обработкой используются как РЦФ, так и НЦФ. Применение НЦФ при этом является более предпочтительным благодаря линейности их ФЧХ и упрощения реализации с учетом передискретизации сигналов.

### 11.5.5. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГРЕБЕНОК КИХ-ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СИСТЕМ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ПОЛОСОВОГО АНАЛИЗА–СИНТЕЗА СИГНАЛОВ

Проектирование гребенки фильтров для систем полосового анализа – синтеза сигналов начинается с выбора частот анализа  $\omega_k$  для  $0 \leq k \leq K - 1$ , исходя из требования разрешения по частоте, которое определяется видом сигнала и задачами анализа. Частоты анализа могут иметь равномерный разнос  $\Delta\omega$ , а полосы каналов и, соответственно, фильтров – одинаковую ширину. Используется и неравномерное распределение частот анализа, например, 1/3-октавное. В системах анализа – синтеза речи с помощью неравномерного разноса учитывается ухудшение чувствительности слуха на высоких частотах, где полосы анализа выбираются большими.

На рис. 11.28 показано распределение частот анализа для эквивалентной гребенки полосовых фильтров с идеальной прямоугольной частотной характеристикой с равномерным в полосе  $(0 - f_d/2)$  разномом каналов для  $K = 8$  (а) и неравномерным разномом в полосе  $(f_{c \min} - f_{c \max})$  для  $K = 5$  (б).

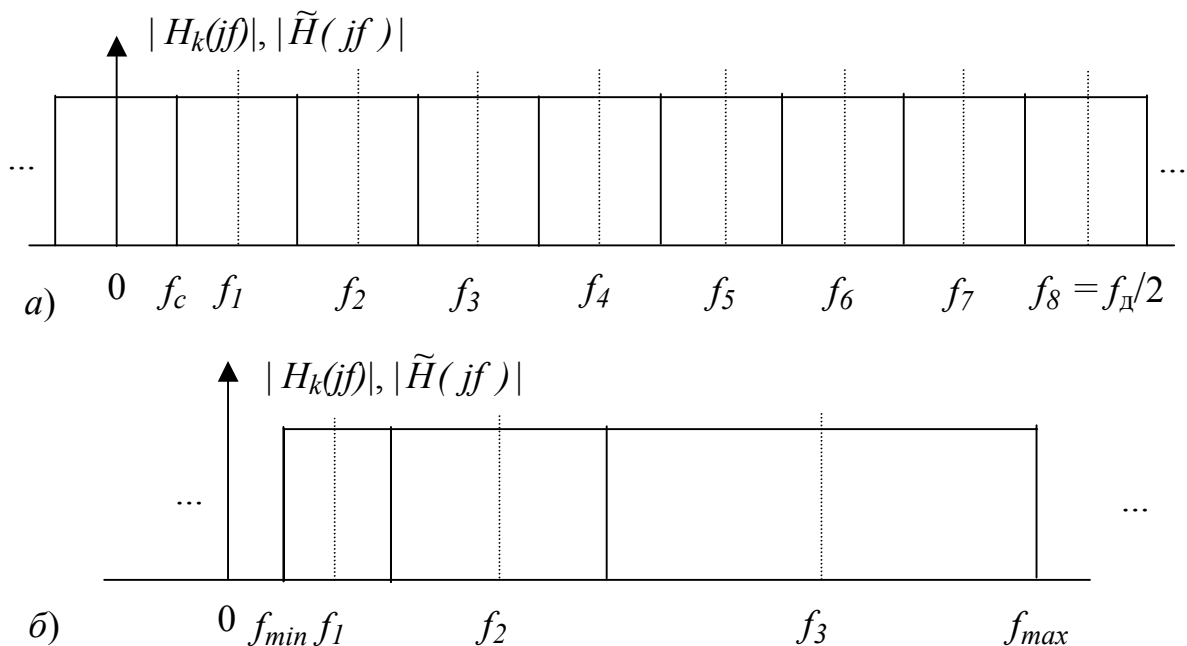


Рис. 11.28. Распределение частот анализа для гребенки полосовых фильтров с равномерным (а) и неравномерным (б) разномом

Сумма частотных характеристик фильтров образует общую идеальную частотную характеристику системы анализа – синтеза  $\tilde{H}(jf)$ . Частоты среза полосовых фильтров соответствуют границам полос каналов  $f_{c1,2k} = f_k \pm \Delta f_k / 2$ , для ФНЧ  $f_{ck} = \Delta f_k / 2$ .

Синтез НЦФ с частотными характеристиками, аппроксимирующими идеальные, осуществляется обычно методом весовых функций (окон). В соот-

ветствии с этим методом (см. [40], главу 3) по требуемому затуханию в полосе задерживания  $a_3$  выбирается тип весовой функции  $v(n)$  (не путать с весовой функцией  $w(n)$  в выражении 11.7, соответствующей импульсной характеристике ФНЧ), а по допустимому значению переходной полосы  $\Delta f_{\text{пер}}$ , симметричной относительно частоты среза  $f_{\text{ск}}$  на уровне 0,5, находится ее длина:  $N = D f_d / \Delta f_{\text{пер}}$ . Максимальное значение  $\Delta f_{\text{пер}}$  не должно превышать полосы канала  $\Delta f_k$ . Полагается, что значение  $\Delta f_{\text{пер}}$  одинаково для всех фильтров, так же как и используемые для их синтеза весовые функции  $v(n)$ .

Если система анализа – синтез содержит все каналы  $k = 0, 1, \dots, K - 1$  в полосе  $(0 - f_d / 2)$ , то в этом случае независимо от распределения центральных частот и полос анализа общая частотная характеристика системы анализа – синтез является идеальной при любой весовой функции, как и ее импульсная характеристика [24]:

$$\begin{aligned} \tilde{H}(jf) &= v[(N-1)/2] e^{-j\omega(N-1)T_d}, \\ \tilde{h}(n) &= v[(N-1)/2] \delta[n - (N-1)/2]. \end{aligned}$$

Таким образом, при использовании КИХ-фильтров теоретически может быть получено точное воспроизведение входного сигнала при произвольном распределении частот и полос анализа.

В случае пропуска части каналов на границах полосы частот анализируемого сигнала (обычно вблизи 0 и  $f_d / 2$ ), т. е. при анализе в полосе  $f_{c \min}, f_{c \max}$  общая частотная характеристика  $\tilde{H}(jf)$  будет соответствовать свертке идеальной частотной характеристики  $\tilde{H}_d(jf)$  с частотной характеристикой весовой функции  $v(n)$ . Она имеет пульсации в полосе пропускания  $(f_{c \min} - f_{c \max})$  и полосе задерживания, определяемые уровнем ее боковых лепестков, и конечную переходную полосу, равную ширине главного лепестка. При этом общая частотная характеристика также не зависит от числа и распределения полосовых фильтров по частоте.

В [24] приводятся примеры проектирования гребенок фильтров для систем анализа – синтеза речевых сигналов.

В первом примере проектируется гребенка из  $K = 15$  равноразнесенных фильтров, перекрывающих диапазон частот (200–3200) Гц. Частота дискретизации входного сигнала  $f_d = 9,6$  кГц. Этим данным отвечают значения полосы канала  $\Delta f_k = (f_{c \max} - f_{c \min}) / K = 3000 / 15 = 200$  Гц, центральных частот каналов  $f_k = 100 + 200 k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 15$ , частот среза ФНЧ на уровне 0,5  $f_c = \Delta f_k / 2 = 100$  Гц, переходных полос  $\Delta f_{\text{пер}} = 200$  Гц. Требуемое затухание  $a_3 = 60$  дБ обеспечивается весовой функцией Кайзера длиной  $N = 175$ . Частотные характеристики спроектированной гребенки фильтров приведены на рис. 11.29. Спад в переходной полосе частотных характеристик одного фильтра компенсируется подъемом следующего. Частотные характеристики смежных каналов пересекаются на уровне 0,5. Отклонение результирующей



частотной характеристики от идеальной не превышает максимальной погрешности аппроксимации  $\delta_{2 \max} = 0,001$ . Постоянная задержка сигнала составляет  $(N - 1)/2 = 87$  отсчетов.

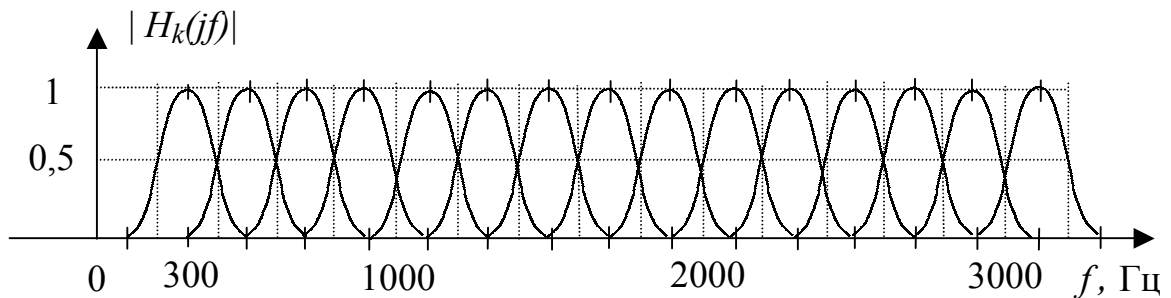


Рис. 11.29. Частотные характеристики равноразнесенной гребенки фильтров

Во втором примере проектируется 4-октавная гребенка фильтров, перекрывающая тот же диапазон частот (200–3200) Гц. Это соответствует числу каналов  $K = 4$ ; при этом каждый следующий канал имеет полосу вдвое шире предыдущего, т. е.  $\Delta f_1 = 200$  Гц,  $\Delta f_2 = 400$  Гц,  $\Delta f_3 = 800$  Гц,  $\Delta f_4 = 1600$  Гц. Их центральные частоты  $f_1 = 300$  Гц,  $f_2 = 600$  Гц,  $f_3 = 1200$  Гц,  $f_4 = 2400$  Гц. Частоты среза ФНЧ по-прежнему  $f_c = 100$  Гц, переходные полосы  $\Delta f_{\text{пер}} = 200$  Гц. Это означает, что при требуемом затухании  $a_3 = 60$  дБ и весовой функции Кайзера фильтр имеет ту же длину импульсной характеристики  $N = 175$ , что и в первом примере. Частотные характеристики фильтров данной гребенки приведены на рис. 11.30. Общая частотная характеристика также не отличается от предыдущей. При уменьшении переходной полосы до  $\Delta f_{\text{пер}} = 116$  Гц длина импульсной характеристики фильтра возрастает до 301 отсчета [24].

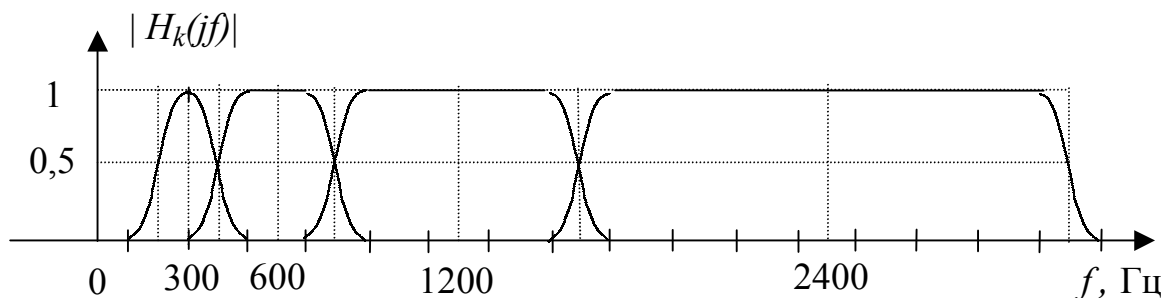


Рис. 11.30. Частотные характеристики 4-октавной гребенки фильтров

Приведенная методика синтеза гребенок КИХ-фильтров применима и к проектированию анализаторов энергетических спектральных характеристик на основе полосовых фильтров, рассмотренных в п. 11.5.2.

### 11.5.6. ПОЛОСНЫЕ ВОКОДЕРЫ

Примером систем полосового спектрального анализа является полосный вокодер, предназначенный для низкоскоростной передачи речи. Его применение основывается на свойствах достаточно медленного изменения во времени модуля спектра сигнала по сравнению с самим сигналом. Он практически постоянен на интервале от 10 до 30 мс, что позволяет дискретизировать выборки модулей спектра на выходах каналов анализатора с низкой частотой дискретизации, экономично их кодировать и в виде сформированного группового сигнала передавать в линию связи или сохранять с минимально необходимой памятью.

На рис. 11.31, 11.32 приведены структурные схемы анализатора и синтезатора полосного вокодера.

Анализатор полосного вокодера состоит из гребенки полосовых фильтров ПФі, детекторов средневыпрямленных значений, включающих элемент взятия сигнала по модулю (выпрямитель) и фильтр нижних частот ФНЧ, прореживателей и кодирующих элементов. Гребенка полосовых фильтров может быть реализована любым из рассмотренных выше способов, в том числе и на основе квадратурной обработки с использованием ФНЧ. Для обеспечения возможности восстановления речи по значениям модуля ее спектра в анализаторе оцениваются также параметры возбуждения речевого сигнала, связанные с дискретной моделью речеобразования и голосового тракта [24]: значения частоты основного тона и признака тон–шум. Они определяют тип возбуждения голосового тракта – случайный шум для невокализованной речи или периодические импульсы с частотой основного тона – для вокализованной речи.

ПОСТУПАЮЩИЕ В СИНТЕЗАТОР ПОЛОСНОГО ВОКОДЕРА (РИС. 11.32) СИГНАЛЫ МОДУЛЯ СПЕКТРА УМНОЖАЮТСЯ НА СИГНАЛ ВОЗБУЖДЕНИЯ, МОДУЛИРУЯ ЕГО ПО ЗАКОНУ ИЗМЕНЕНИЯ СПЕКТРА. СИГНАЛ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОСТУПАЕТ ЧЕРЕЗ КЛЮЧ, УПРАВЛЯЕМЫЙ В СООТВЕТСТВИИ С ПРИЗНАКОМ ТОН–ШУМ, ЛИБО ОТ ГЕНЕРАТОРА ШУМА, ЛИБО ОТ ГЕНЕРАТОРА ИМПУЛЬСОВ С ЧАСТОТОЙ ОСНОВНОГО ТОНА. ПОЛУЧЕННЫЕ МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ ПРОХОДЯТ ЧЕРЕЗ ГРЕБЕНКУ ПОЛОСОВЫХ ФИЛЬТРОВ, ИДЕНТИЧНУЮ ПОЛОСОВЫМ ФИЛЬТРАМ АНАЛИЗАТОРА И СУММИРУЮТСЯ. ОБРАЗУЮЩИЙСЯ НА ВЫХОДЕ РЕЧЕВОЙ СИГНАЛ С НЕКОТОРЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ СООТВЕТСТВУЕТ ВХОДНОМУ СИГНАЛУ АНАЛИЗАТОРА. СТЕПЕНЬ ИСКАЖЕНИЯ ЗАВИСИТ ОТ ЧИСЛА КАНАЛОВ, СОСТАВЛЯЮЩЕГО ОБЫЧНО 15 И БОЛЕЕ, КАЧЕСТВА ФИЛЬТРОВ, РАЗРЯДНОСТИ КОДОВ.

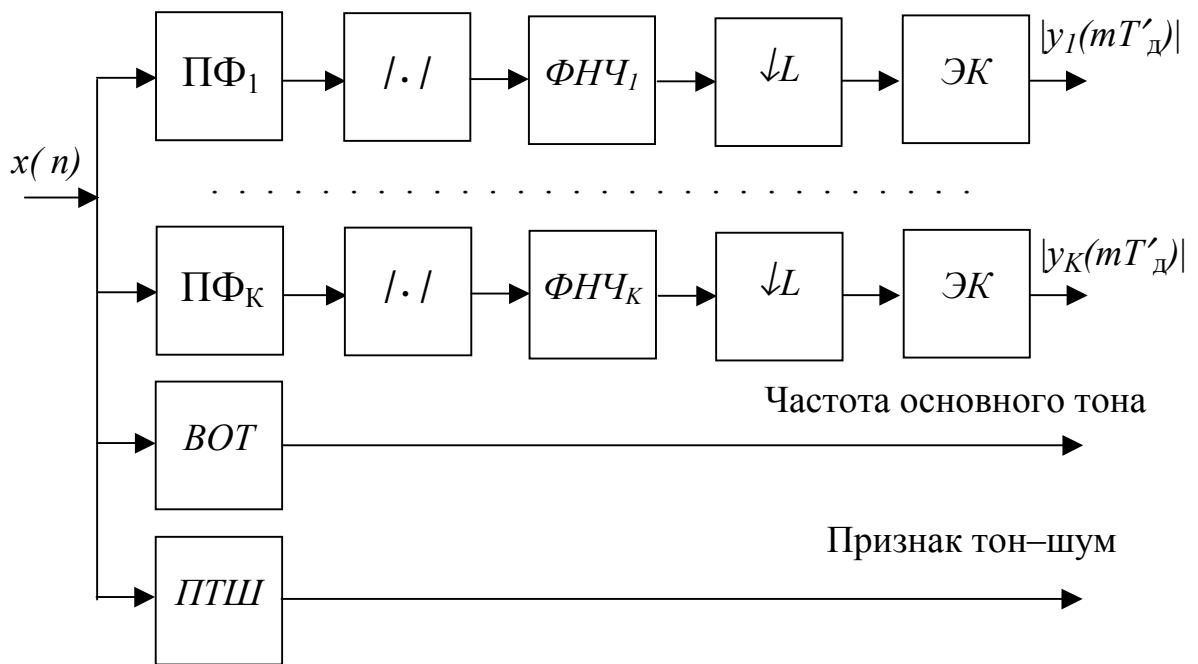


Рис. 11.31. Структурная схема анализатора полосного вокодера

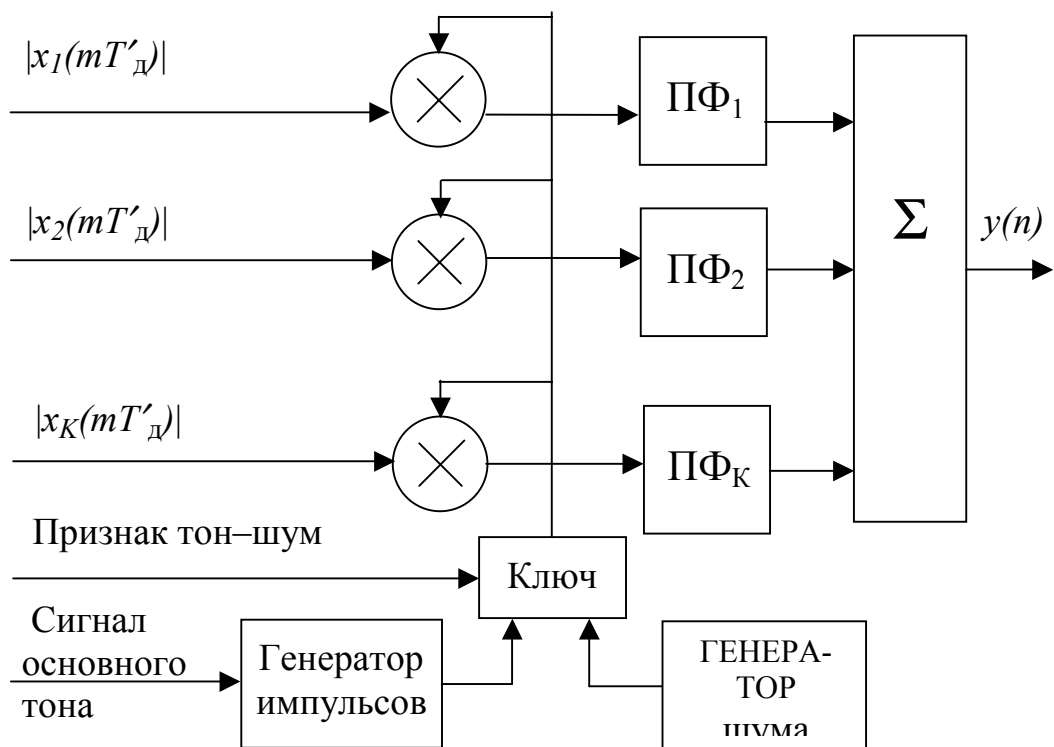


Рис. 11.32. Структурная схема синтезатора полосного вокодера

Необходимая скорость непосредственной передачи речевого сигнала, дискретизированного с частотой  $f_d = 8000$  Гц, и разрядностью 10 бит составляет 80000 бит/с. Полосные вокодеры могут работать со скоростями (1200–9600) бит/с. Это снижает требования к каналу передачи информации, повышает возможную степень его уплотнения. За счет сжатия речи уменьшается требуемый объем памяти для ее записи.

В настоящее время существует множество способов построения вокодеров с высокими качественными характеристиками – с гомоморфной обработкой, с адаптивной обработкой на основе линейного предсказания и др. [24].

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы общие задачи, решаемые многоканальными системами цифровой обработки сигналов (МКС ЦОС) с частотным разделением сигналов (каналов)?
2. Какие сигналы различают в МКС, как взаимосвязаны их параметры?
3. Как графически представляются канальный и групповой сигналы в частотной области?
4. Чем характеризуется и определяется качество МКС с частотным разделением каналов?
5. Каковы задачи и способы формирования (разделения) групповых сигналов?
6. Как осуществляется формирование (разделение) групповых сигналов с помощью полосовых фильтров-интерполяторов?
7. Как смещается спектр канального сигнала при формировании (разделении) групповых сигналов с помощью полосовых фильтров?
8. Как преобразуются спектры сигналов в подсистеме формирования (ФГС) (разделения) (РГС) групповых сигналов на основе полосовых фильтров?
9. Как задаются центральные и граничные частоты полосовых фильтров при формировании (разделении) групповых сигналов?
10. Как сказываются реальные параметры полосовых фильтров при формировании (разделении) групповых сигналов?
11. Как возникают межканальные искажения при формировании (разделении) групповых сигналов с помощью полосовых фильтров?
12. Как осуществляется формирование (разделение) группового сигнала с помощью квадратурной обработки?
13. Как преобразуются спектры сигналов в подсистеме ФГС (РГС) с квадратурной обработкой?
14. Как определяются граничные частоты ФНЧ в подсистеме ФГС (РГС) с квадратурной обработкой?
15. Как сказываются реальные параметры ФНЧ в схеме формирования (разделения) групповых сигналов с квадратурной обработкой?

16. Как возникают межканальные искажения при формировании (разделении) групповых сигналов с квадратурной обработкой?
17. Как отличаются схемы формирования и разделения групповых сигналов с полосовыми фильтрами и с квадратурной обработкой по их качественным и реализационным характеристикам?
18. Какой вид имеет частотная диаграмма группового сигнала многоканальной телефонии и как она формируется?
19. Какой вид имеет частотная диаграмма группового сигнала многоканальной частотной телеграфии и как она формируется?
20. Каково назначение и принцип работы трансмультиплексоров?
21. Какие задачи и какими методами решают системы многоканального полосового анализа сигналов?
22. Какие спектральные характеристики сигналов оцениваются методом полосовой фильтрации?
23. От чего зависит точность спектральных оценок, получаемых методом полосовой фильтрации?
24. Что такое 1/3-октавный полосовой анализ и как он реализуется?
25. Как определяется и используется кратковременное преобразование Фурье для полосового спектрального анализа сигналов?
26. Какова интерпретация кратковременного преобразования Фурье посредством цифровой фильтрации?
27. Какие спектральные характеристики позволяют оценить полосовые анализаторы спектра с квадратурной обработкой?
28. Каковы условия восстановления сигнала по его кратковременному преобразованию Фурье?
29. Как вычисляется модуль спектральной плотности сигнала в системах полосового анализа с квадратурной обработкой?
30. Каковы условия правильной дискретизации сигналов в частотной и временной области в системах полосового анализа с квадратурной обработкой?
31. Как осуществляется восстановление сигнала в системах анализа – синтеза по его кратковременному преобразованию Фурье?
32. Каковы возможности восстановления сигналов в системах анализа – синтеза при произвольном числе каналов и их разносе?
33. Каковы преимущества применения и методика синтеза КИХ-фильтров для систем полосового анализа – синтеза сигналов?
34. В чем заключаются задачи и особенности цифровой обработки речевых сигналов и как они решаются?
35. Что такое полосные вокодеры и как они реализуются на основе методов полосового анализа – синтеза сигналов?

## 12. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА АППАРАТНОЙ И АППАРАТНО-ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

### 12.1. ЗАДАЧИ, СПОСОБЫ И ПРИНЦИПЫ РЕАЛИЗАЦИИ ЦОС

Основными **задачами** реализации ЦОС являются обеспечение требуемой скорости и точности обработки при минимальных массо-габаритных характеристиках, энергопотреблении и стоимости. К реализационным показателям относятся также уровень программируемости и открытости системы, определяющий возможность ее функционального развития и модификации.

**Способы** реализации ЦОС разделяют на программные, аппаратные и аппаратно-программные.

Под **программной** реализацией обычно понимается обработка на ЭВМ записей сигналов или данных, размещенных в ее памяти, которая выполняется в нереальном времени, в том числе при моделировании алгоритмов и систем ЦОС. Такая реализация не предполагает взаимодействия с устройствами внешнего ввода-вывода сигналов или данных. Вопросы программной реализации и моделирования базовых алгоритмов цифровой фильтрации и спектрального анализа освещены в предыдущих главах учебного пособия.

**В этой главе рассматриваются способы реализации систем ЦОС реального времени**, осуществляющих обработку сигналов и данных в темпе их поступления. Аппаратное обеспечение таких систем состоит из процессора ЦОС (ПЦОС) и сопрягаемой с ним подсистемы цифрового или аналогового ввода-вывода. По способу реализации процессора ЦОС системы реального времени классифицируются на аппаратные и аппаратно-программные.

К **аппаратным** относятся системы с процессором ЦОС на основе жесткой логики. Такой способ реализации процессора обеспечивает максимальное быстроедействие системы, но он жестко привязан к реализуемому алгоритму и не обладает функциональной гибкостью. Создание новой системы требует в этом случае разработки средств аналого-цифрового интерфейса и соответствующего решаемой задаче процессора ЦОС на элементах жесткой логики. Особое место занимают здесь программируемые логические интегральные микросхемы (ПЛИС), относящиеся к современным средствам аппаратной реализации процессоров ЦОС [33]. ПЛИС представляет собой кристалл или БИС из набора базовых элементов, которые могут соединяться в соответствии с заранее разработанной схемой электрической принципиальной. Соединения осуществляются под управлением специальной компьютерной программы. Возможно многократное изменение соединений, в том числе непосредственно в рабочей системе. Различают энергонезависимые ПЛИС, у которых произведенные соединения сохраняются при отключении питания, и энергозависимые, у которых соединения отключаются при снятии питания (аналогично ОЗУ). Базовыми элементами ПЛИС являются вентили, триггеры и более сложные цифровые функциональные устройства, в том

числе блоки памяти. Число элементов может достигать нескольких десятков–сотен тысяч вентилях и триггеров, число входов-выходов до 200 и более. Тактовая частота составляет (100–200) МГц и выше. Ведущей в данной области является фирма ALTERA (США), выпускающая семейства ПЛИС MAX 7000, MAX 9000 и др. Проектирование процессоров ЦОС на основе ПЛИС аналогично проектированию их на жесткой логике, которое выполняется из имеющегося набора базовых элементов ПЛИС. Разработанная принципиальная схема вводится или импортируется из схемотехнической САПР, например, OrCad, в систему автоматизированного проектирования ПЛИС, размещенную на ПК, в которой возможно моделирование процессора и генерация программы соединения элементов. Под ее управлением и производится программирование сопрягаемой с компьютером ПЛИС. Далее осуществляется экспериментальное исследование процессора и при необходимости вносятся изменения в схему и в соединения на кристалле. САПР ПЛИС включает библиотеку параметризованных модулей (LPM), автоматически реализующих более сложные цифровые элементы программируемой размерности – счетчики, регистры, мультиплексоры, дешифраторы, а также сумматоры, умножители, память.

**Аппаратно-программному** способу реализации соответствуют системы ЦОС на основе программируемой (программно управляемой) логики. Наряду с аппаратным обеспечением обязательным компонентом их является программное обеспечение, определяющее реализуемый алгоритм обработки. В качестве процессора ЦОС при этом могут быть использованы готовые функционально завершенные устройства, такие как ПК, одноплатные компьютеры и процессоры, а также процессорные модули производимых систем сбора и обработки данных, в том числе с элементами аналого-цифрового интерфейса. В этом случае разработка аппаратного обеспечения может либо вообще отсутствовать, либо заключаться в выборе типа процессора и создании или выборе стандартных средств аналого-цифрового интерфейса и сопряжения их с процессором ЦОС. Специализированные процессоры ЦОС разрабатываются и реализуются на основе микропроцессорных средств – микропроцессоров общего назначения, однокристальных микроконтроллеров и цифровых сигнальных процессоров. Аппаратно-программный способ реализации является менее быстродействующим, но функционально гибким, структура аппаратного обеспечения его практически не зависит от реализуемого алгоритма, определяемого программным обеспечением. Системы такого типа открыты для развития и модификации. Их быстродействие и точность могут быть повышены с помощью дополнительных средств аппаратной поддержки (ускорителей). Это позволяет в определенной степени разрешить противоречия между быстродействием, точностью обработки и программируемостью систем ЦОС. Современной элементной базой аппаратно-программной реализации ЦОС являются цифровые сигнальные процессоры (ЦСП). Это класс мик-

ропроцессорных средств, аппаратно и программно ориентированных на задачи ЦОС. Их свойства и особенности рассматриваются в параграфе 12.4.

Для достижения высоких реализационных показателей систем ЦОС используется ряд общих принципов, таких как конвейеризация, распараллеливание и временное разделение (мультиплексирование).

**Принцип конвейерной или поточной обработки** заключается в том, что сложное цифровое устройство ЦУ (рис.12.1, а) с временем задержки (обработки)  $t_3$  и соответствующей ему максимальной частотой тактирования и дискретизации сигнала, равной  $f_{Tmax} = f_{д max} = 1/t_3$ , разбивается (если это возможно) на  $L$  более простых не охваченных общей обратной связью каскадно включенных устройств (звеньев) ЦУ<sub>1</sub>–ЦУ<sub>L</sub> (рис.12.1, б) с одинаковым временем задержки (обработки), равным примерно  $t_{3l} = t_3 / L$ , между которыми включаются параллельные регистры памяти P<sub>1</sub>–P<sub>L</sub> с временем задержки  $t_{3p} \ll t_{3l}$ . При этом очередной отсчет сигнала на вход устройства и его отдельных звеньев можно подавать через интервалы времени  $T' = t_{3l} + t_{3p}$ , соответствующие максимальной частоте тактирования и дискретизации:

$$f'_{Tmax} = f'_{д max} = 1/(t_3 + t_{3p}) \approx L/t_3 = Lf_{Tmax} = Lf_{д max}.$$

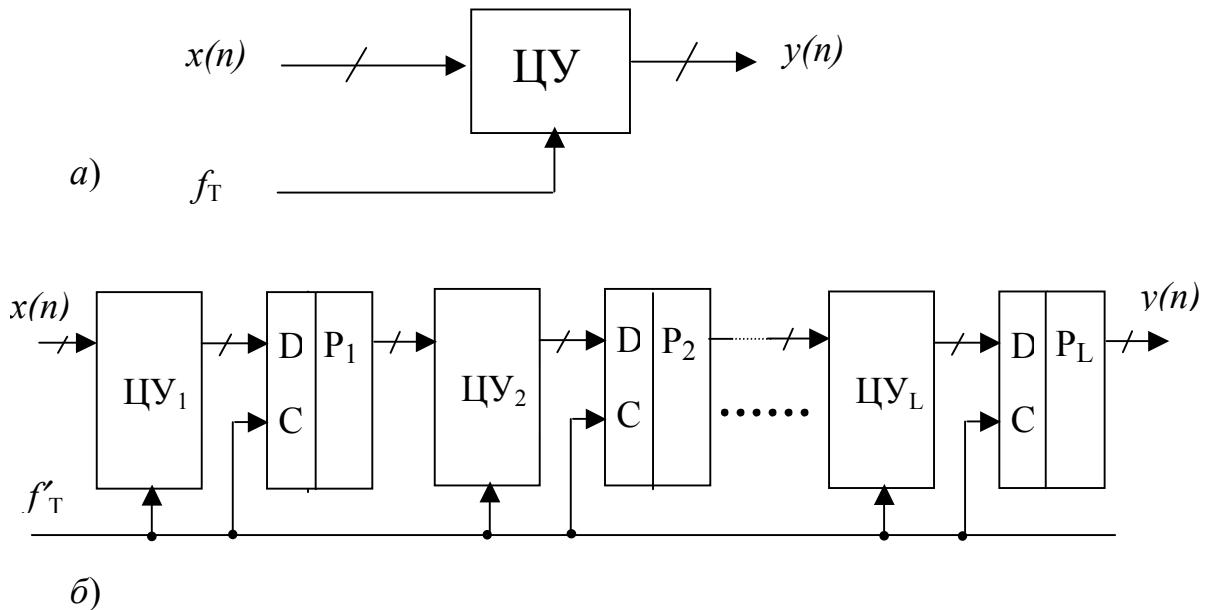


Рис. 12.1. Структура цифрового устройства без конвейерной обработки (а) и с конвейерной обработкой (б)

В результате конвейерной обработки быстродействие  $L$ -звенного цифрового устройства повышается практически в  $L$  раз, т. е. до быстродействия одного

звена. Данный принцип непосредственно применим к каскадной структуре многозвенного рекурсивного цифрового фильтра.



**Принцип распараллеливания** также направлен на повышение быстродействия. Он основывается на увеличении количества параллельно (т. е. одновременно) работающих арифметических устройств, осуществляющих обработку текущего отсчета сигнала или группы одновременно обрабатываемых отсчетов. Очевидно, что увеличение числа арифметических устройств уменьшает время обработки, но ценой увеличения объема аппаратуры и ее усложнения. Принципу распараллеливания непосредственно отвечает параллельная структура многозвенного рекурсивного цифрового фильтра.

**Принцип временного разделения (мультиплексирования)** позволяет с помощью одного быстродействующего устройства ЦОС, характеризующегося временем обработки  $T_{обр}$  или максимальной тактовой частотой  $f_{T\ max}$ , одновременно обрабатывать  $K$  входных сигналов (последовательностей), дискретизируемых с периодом  $T_d \geq KT_{обр}$  или частотой  $f_d \leq f_{T\ max} / K$ . Такую обработку называют еще многоканальной.

Процессоры ЦОС независимо от способа их реализации (на жесткой, программируемой логике или их сочетании) имеют общую **структуру** рис. 12.2. Функционально они содержат арифметическое устройство (АУ), устройство управления (УУ), память коэффициентов ( $\Pi_K$ ) и память отсчетов сигнала (сигнальная память  $\Pi_C$ ). Структура процессоров ориентирована на эффективную реализацию основной (базовой) операции ЦОС – накопления сумм произведений:  $Y = Y + A \cdot Z$ , где  $A$  и  $Z$  могут представлять собой как скалярные, так и векторные величины.

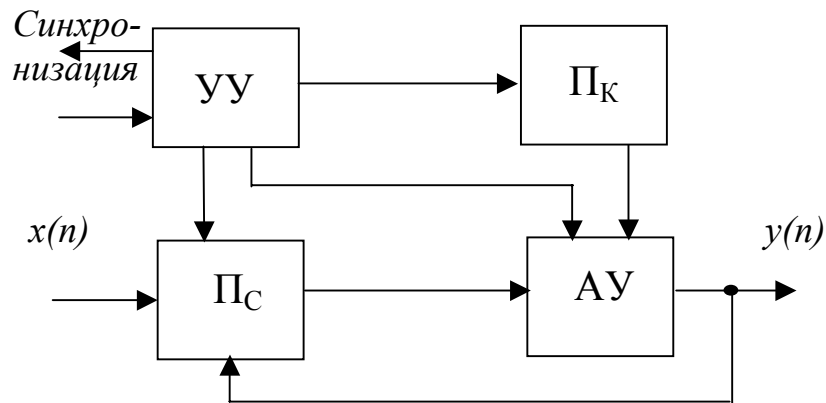


Рис.12.2. Общая структурная схема процессора ЦОС

## 12.2. АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЦОС

### 12.2.1. ЗАДАЧИ И СПОСОБЫ АППАРАТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЦОС

Проектирование процессора ЦОС на основе жесткой логики выполняется исходя из сформулированных требований к его быстродействию, точности, объему сигнальной памяти, степени программируемости и другим реализационным показателям. По ним выбирается тип арифметического устройства – последовательное или параллельное, необходимое число арифметических устройств, принцип обработки – конвейерная, с распараллеливанием или временным разделением и вид синхронизации (внешняя или внутренняя), в совокупности определяющих **способ аппаратной реализации** системы и ее структуру. На основе математического алгоритма обработки разрабатывается или выбирается так называемый **реализационный алгоритм** и соответствующая ему структурная и функциональная схема системы или процессора ЦОС. Далее решаются **схемотехнические вопросы** реализации арифметических устройств, памяти, устройств управления и синхронизации, аналого-цифрового интерфейса и привязки их к конкретной элементной базе.

**Устройства управления** реализуются в виде микропрограммного автомата на основе счетчиков-распределителей импульсов, мультиплексоров или ПЗУ. **Память** системы выполняется на регистрах или ПЗУ, ОЗУ. **Арифметические устройства** могут быть параллельного или последовательного типа, оперирующие соответственно с цифровыми параллельными или последовательными двоичными кодами. Структурная схема наиболее часто используемого параллельного арифметического устройства (рис. 12.3) содержит умножитель и накапливающий сумматор, выполняющие базовую операцию ЦОС:  $\Sigma = \Sigma + c(m) \cdot v(n - m)$ . Такое устройство реализуется либо одной БИС, например, К1518ВЖ или аналогичной ей, либо с помощью отдельных БИС умножителей, например, К1802ВР и сумматоров. Более подробно операционные устройства процессоров ЦОС на основе жесткой логики рассмотрены в [34].

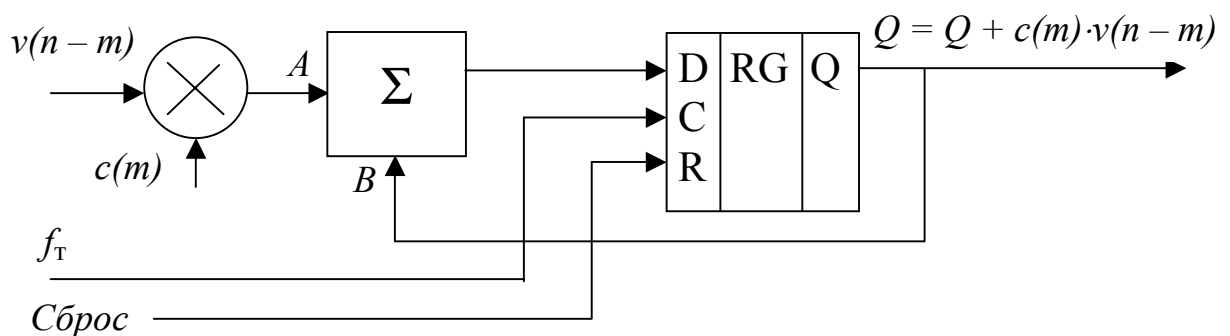


Рис. 12.3. Структурная схема параллельного арифметического устройства

Необходимая для систем реального времени **синхронизация** операций ввода, обработки и вывода отсчетов сигнала на каждом периоде дискретиза-

ции сигнала достигается тактированием процессора ЦОС и подсистемы ввода-вывода от общего – **внешнего** или **внутреннего** – задающего генератора, определяющего частоту дискретизации сигнала. При этом полагается, что время обработки одного отсчета сигнала в процессорах на основе жесткой логики не зависит от обрабатываемых данных. Более подробно вопросы синхронизации рассматриваются для систем ЦОС, реализуемых на основе аппаратно-программных средств.

Алгоритмы ЦОС (цифровой фильтрации, ДПФ и БПФ) характеризуются необходимым для их реализации числом вычислительных операций сложения и умножения или базовых операций на один отсчет выходного сигнала. Например, для звена рекурсивного ЦФ число таких базовых операций  $K_{\text{бo}(l)} = 5$ , для нерекурсивного ЦФ на основе ДВС  $K_{\text{бo}(l)} = N$ , где  $N$  – порядок фильтра. Эти операции могут выполняться либо с помощью одного арифметического устройства последовательно во времени, либо с помощью нескольких одновременно (параллельно) работающих арифметических устройств, число которых в пределе может быть равно числу базовых операций. В случае распараллеливания все арифметические устройства осуществляют параллельную обработку текущего отсчета (или группы отсчетов) сигнала, а в случае конвейерной обработки они выполняют операции с различными по времени отсчетами сигнала. В одном процессоре может сочетаться и конвейеризация, и распараллеливание. Рекурсивные цифровые фильтры аппаратно реализуются в виде однотипных звеньев второго порядка. Обработка сигнала при этом осуществляется либо с помощью одного звена с мультиплексируемой памятью сигналов и коэффициентов, либо нескольких соединяемых каскадно или параллельно звеньев. Процессоры БПФ реализуются также либо на основе одного мультиплексируемого арифметического устройства базовой операции алгоритма БПФ, либо с помощью нескольких таких устройств, осуществляющих поточную обработку.

Таким образом, **способы аппаратной реализации ЦОС** в зависимости от порядка выполнения базовых операций **классифицируются** на последовательные (с одним арифметическим устройством), параллельные (число арифметических устройств равно числу базовых операций) и с распараллеливанием (число арифметических устройств меньше числа базовых операций), а по типу арифметического устройства – на параллельные и последовательные.

Реализационная структура системы ЦОС на основе жесткой логики зависит также от необходимого уровня ее программируемости, который оценивается возможностью изменения параметров системы (порядка и/или коэффициентов фильтра или числа точек БПФ) в процессе эксплуатации. Непрепрограммируемые системы реализуются обычно под конкретные неизменяемые в дальнейшем параметры.

### 12.2.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НЕРЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ОСНОВЕ ДВС

Нерекурсивный фильтр (НФ) на основе ДВС осуществляет обработку сигнала в соответствии с математическим алгоритмом:  $y(n) = \sum_{l=0}^{N-1} b_l x(n-l)$ .

Коэффициентами фильтра являются отсчеты его импульсной характеристики:  $b_l = h(n)$ . При последовательно-параллельном способе аппаратной реализации НФ необходимы сигнальная память на  $N$  отсчетов входного сигнала  $x(n-l)$  разрядностью  $q_x$ , память на  $N$  коэффициентов  $b_l$  разрядностью  $q_k$ , одно (общее) параллельное арифметическое устройство (АУ) и устройство управления. Общее АУ обеспечивает последовательное во времени умножение отсчетов сигнала на коэффициенты фильтра в параллельном коде и суммирование (накопление) получаемых произведений. Структурная схема такого НФ с регистровой сигнальной памятью для  $N = 4$  приведена на рис. 12.4, а. Кроме регистров сигнальной памяти  $RG_0$ – $RG_3$  (цифровой линии задержки с отводами) она содержит память коэффициентов ПЗУ, мультиплексор  $MS$ , умножитель  $MPL$ , накапливающий сумматор, состоящий из сумматора  $SM$  и регистра суммы  $RG_\Sigma$ , а также устройство управления  $УУ$ , регистр-защелку выходного сигнала  $RG_y$  и счетчик адреса  $СчА$ .

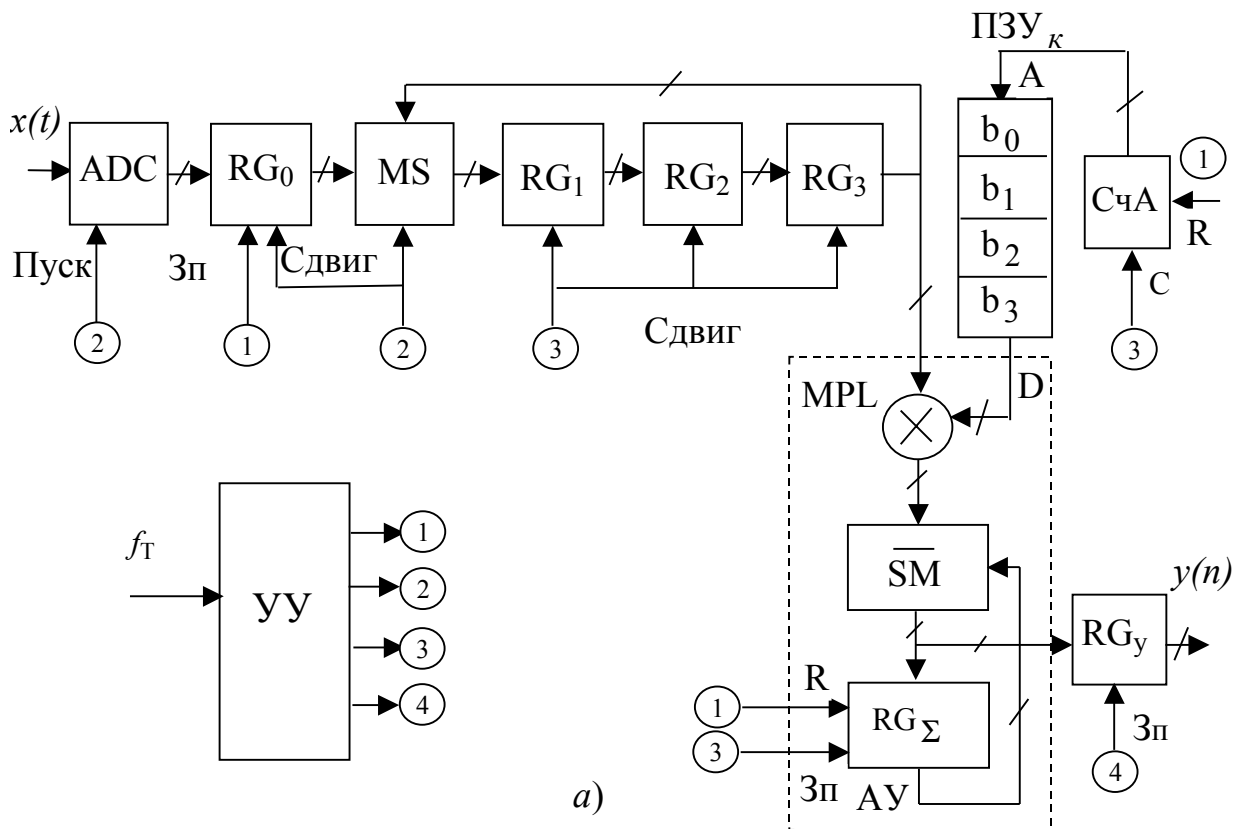


Рис.12.4. Структурная схема(а), диаграммы управляющих сигналов (б) и структура устройства управления (в) НФ с регистровой сигнальной памятью

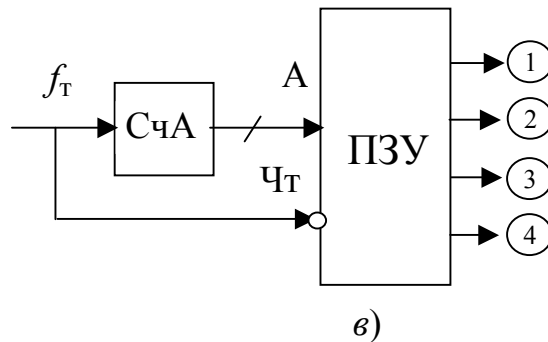
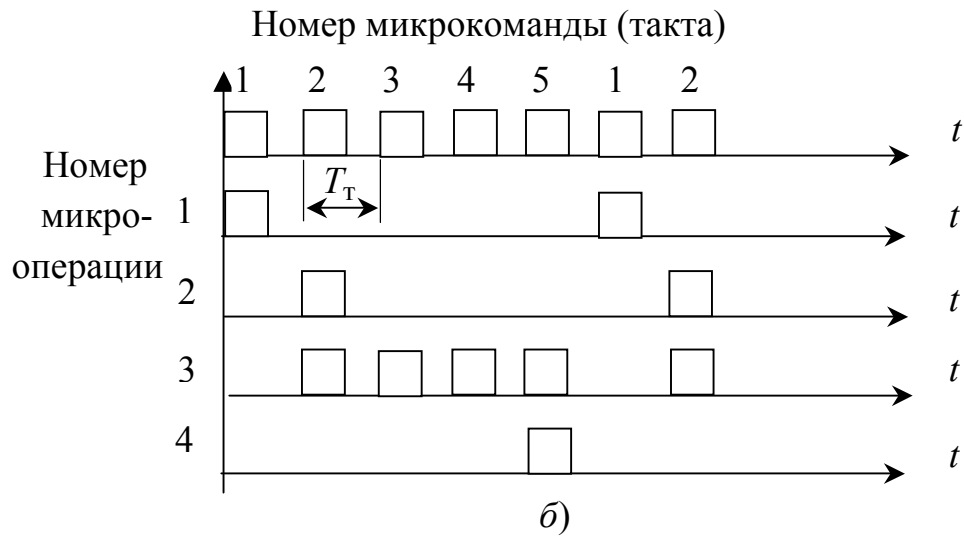


Рис.12.4. Окончание

Устройство управления (микропрограммный управляющий автомат) формирует с тактовой частотой  $f_T$  последовательность микрокоманд, соответствующих одной или нескольким совместимым микрооперациям (рис.12.4, б) [11]. Его можно выполнить на основе счетчика адреса и ПЗУ микрокоманд (рис.12.4, в). Разрядность ПЗУ и соответствующая разрядность микрокоманд равны числу совместимых микроопераций. Число адресуемых ячеек ПЗУ определяется необходимым количеством микрокоманд (или тактов) на один отсчет выходного сигнала, т. е. длиной микропрограммы.

Описание микроопераций, реализуемых на каждом такте работы ЦФ, и коды соответствующих микрокоманд представлены в табл. 12.1.

Таблица 12.1

Номер такта	Описание микроопераций	Код микрокоманды
1.	$(RG_{\Sigma}) \leftarrow 0; (CчA) \leftarrow 0; (RG_0) \leftarrow 0;$	1000
2.	$(RG_{\Sigma}) \leftarrow (RG_{\Sigma}) + b_3 x(n-3);$ $(RG_3) \leftarrow (RG_2);$ $(RG_2) \leftarrow (RG_1); (RG_1) \leftarrow (RG_0)$ (линейный сдвиг регистровой памяти); $(CчA) \leftarrow (CчA) + 1;$	0110
3.	$(RG_{\Sigma}) \leftarrow (RG_{\Sigma}) + b_2 x(n-2);$ $(RG_1) \leftarrow (RG_3); (RG_2) \leftarrow (RG_1);$ $(RG_3) \leftarrow (RG_2)$ (круговой сдвиг регистровой памяти); $(CчA) \leftarrow (CчA) + 1;$	0010
4.	$(RG_{\Sigma}) \leftarrow (RG_{\Sigma}) + b_1 x(n-1);$ круговой сдвиг регистровой памяти; $(CчA) \leftarrow (CчA) + 1;$	0010
5.	$(RG_{\Sigma}) \leftarrow (RG_{\Sigma}) + b_0 x(n);$ круговой сдвиг регистровой памяти; $(CчA) \leftarrow (CчA) + 1;$ $(RG_y) \leftarrow y(n).$	0011

С помощью мультиплексора MS вход регистра  $RG_1$  во втором такте подключается к выходу регистра  $RG_0$ , обеспечивая линейный сдвиг регистровой памяти, а в остальных тактах – к выходу регистра  $RG_3$ , обеспечивая кольцевой (циклический) сдвиг регистровой памяти.

Минимальный период тактовых импульсов в данном устройстве определяется суммарным временем задержки регистровой памяти, мультиплексора, умножителя и сумматора:

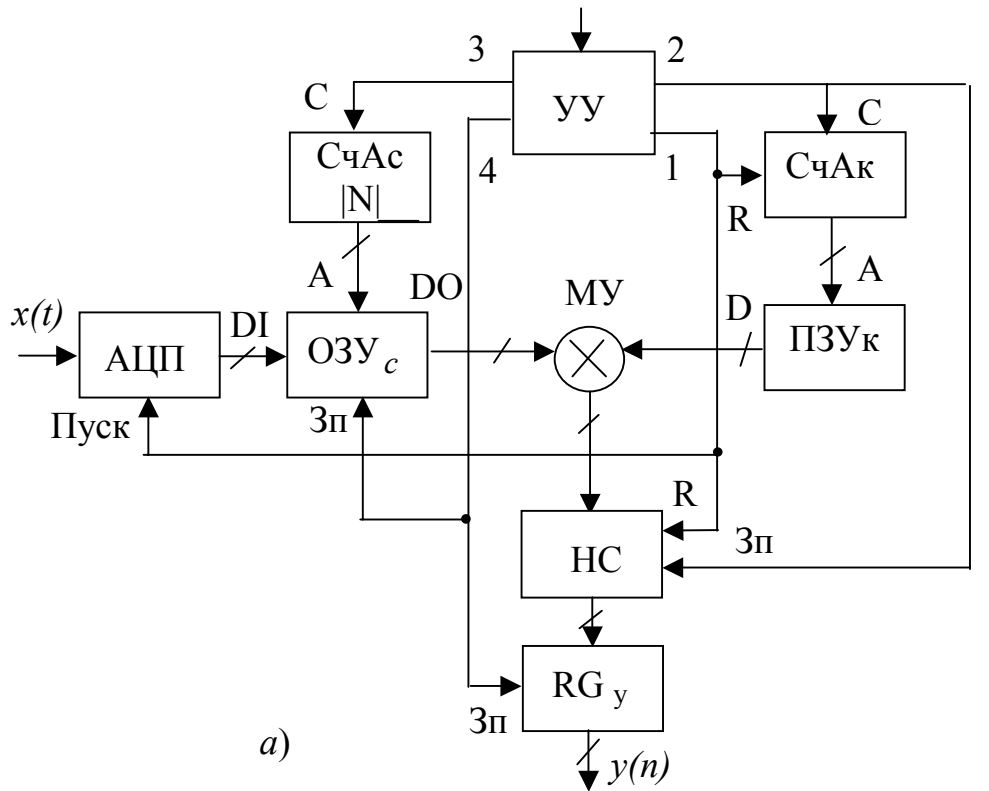
$$T_{T \text{ мин}} = t_{3RG} + t_{3MS} + t_{3У} + t_{3\Sigma}.$$

Полное время обработки на один отсчет выходного сигнала включает  $(N+1)$  тактов и составляет  $T_{\text{обр}} = (N+1) T_{T \text{ мин}}$ .

Время обработки прямо пропорционально порядку фильтра  $N$ .

При большом порядке фильтра возрастает объем регистровой сигнальной памяти, что усложняет ее реализацию. В этом случае используют в качестве сигнальной памяти БИС ОЗУ. Структурная схема такого фильтра (рис.12.5, а) отличается от предыдущей наличием блока ОЗУ с подключенным к его

адресным входам счетчиком адреса СчАс по модулю  $N$ , а также реализацией устройства управления. При больших  $N$  микропрограмма устройства управления содержит большое число одинаковых микрокоманд и выполнение его на ПЗУ может оказаться не рациональным. На основе диаграмм управляющих сигналов (рис.12.5, б), соответствующих фильтру четвертого порядка, можно самостоятельно составить описание микроопераций и микрокоманд и разработать структуру устройства управления.



a)



б)

Рис.12.5. Структурная схема (а) и диаграммы управляющих сигналов (б) НФ с сигнальной памятью на ОЗУ

### 12.2.3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕКУРСИВНОГО ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

Звено рекурсивного фильтра второго порядка, соответствующее прямой форме реализации, описывается разностным уравнением:

$$y(n) = \sum_{l=0}^2 b_l x(n-l) - \sum_{k=0}^2 a_k y(n-k).$$

Структурная схема его аппаратной реализации с последовательно-параллельной обработкой (рис.12.6а) содержит сигнальную регистровую память для отсчетов сигналов  $x(n)$ ,  $x(n-l)$  и  $y(n-k)$  (RG<sub>0</sub> – RG<sub>4</sub>), память коэффициентов  $b_l$ ,  $a_k$  (ПЗУ<sub>к</sub>), арифметическое устройство (АУ), включающее умножитель и накапливающий сумматор, устройство управления (УУ), а также два мультиплексора MS<sub>1,2</sub> и регистр выходного сигнала RG<sub>у</sub>.

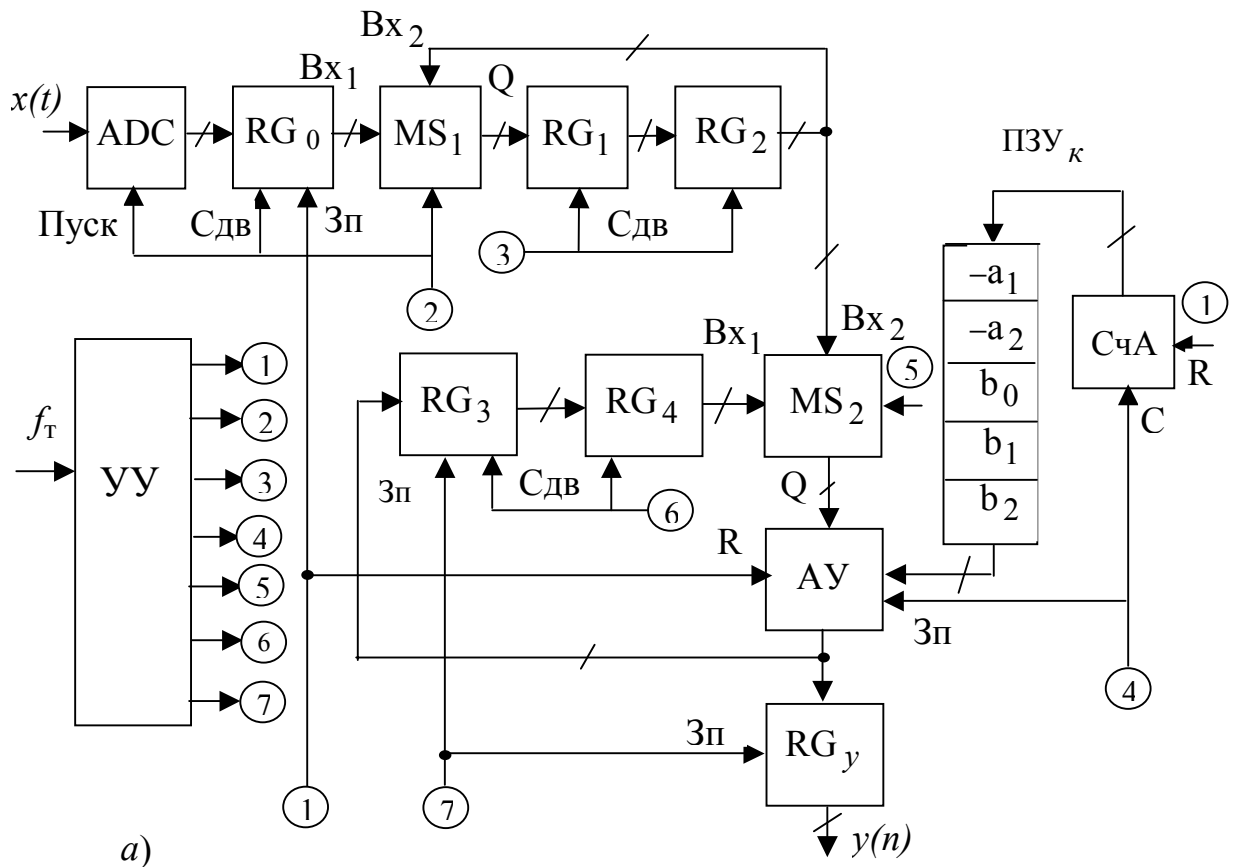


Рис.12.6а. Структурная схема РФ с последовательно-параллельной обработкой

Диаграммы управляющих сигналов фильтра (рис.12.6б) показывают, что микропрограмма обработки для одного отсчета сигнала содержит шесть микрокоманд или шесть тактов и следующие семь микроопераций:



- MO1:  $(RG_{\Sigma}) \leftarrow 0$ ;  $(CчАк) \leftarrow 0$ ;  $(RG_0) \leftarrow x(n)$ ;  
 MO2:  $(RG_0) \rightarrow$  (сдвиг вправо);  $MS_1(Bx_1 \rightarrow Q)$ ; Пуск АЦП;  
 MO3:  $(RG_1) \rightarrow (RG_2) \rightarrow$  (сдвиг вправо);  
 MO4:  $(RG_{\Sigma}) \leftarrow RG_{\Sigma} + b_l x(n-l)$ ;  $(RG_{\Sigma}) = RG_{\Sigma} - a_k y(n-k)$ ;  
 $(CчАк) \leftarrow (CчАк)+1$ ;  
 MO5:  $MS_2(Bx_2 \rightarrow Q)$ ;  
 MO6:  $(RG_3) \rightarrow (RG_4) \rightarrow$  (сдвиг вправо);  
 MO7:  $(RG_3) \leftarrow y(n)$ ;  $(RG_Y) \leftarrow y(n)$ ;

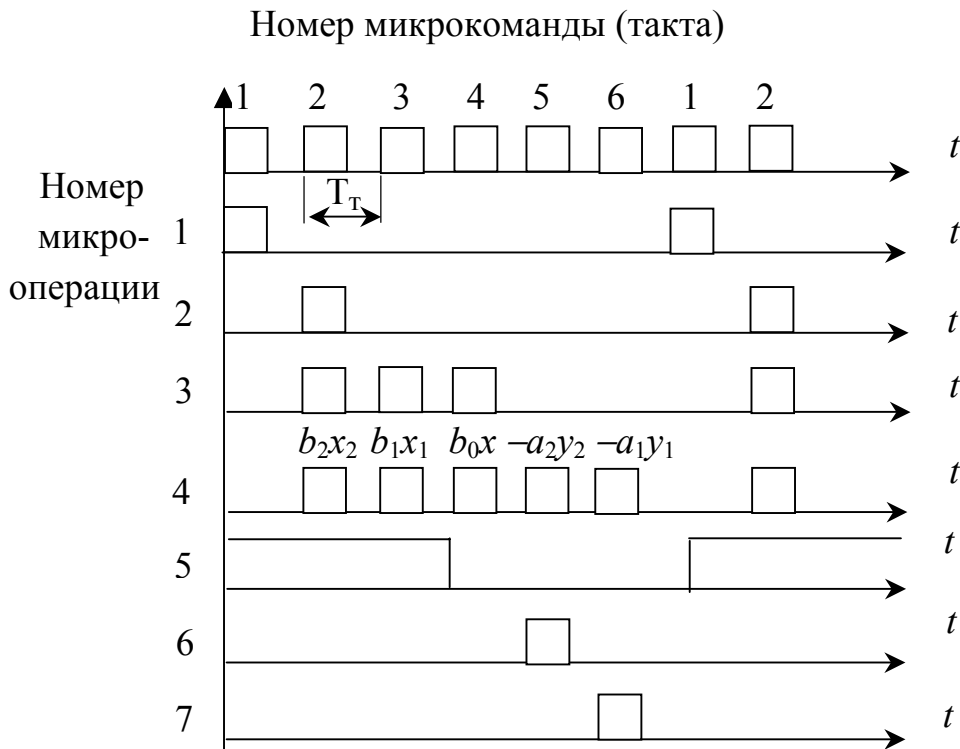


Рис.12.6б. Диаграммы управляющих сигналов РФ с последовательно-параллельной обработкой

Каждому такту или микрокоманде отвечает определенная совокупность указанных микроопераций (рис. 12.6б), позволяющая произвести кодирование микрокоманд и синтезировать структуру управляющего автомата (устройства управления).

Минимальный период тактовых импульсов определяется задержкой элементов фильтра:

$$T_{T \text{ мин}} = t_{3RG} + t_{3SM} + t_{3AY}.$$

Время обработки одного отсчета сигнала составляет  $T_{\text{обр}} = N_T \cdot T_{T \text{ мин}}$ , где  $N_T$  – число тактов, которое для звена 2-го порядка равно шести.

На основе звеньев рис. 12.6а можно построить многозвенный рекурсивный фильтр по параллельной или каскадной (с конвейеризацией) структуре с быстроедействием, равным быстроедействию одного звена.

Реализация звена в канонической форме позволяет вдвое уменьшить объем регистровой сигнальной памяти.

Реализация ЦФ упрощается с учетом конкретных значений их отдельных коэффициентов, таких, например, как  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 2^{-i}$ . Умножение на них выполняется тривиальным образом. Однако привязка структуры к конкретным значениям коэффициентов существенно понижает уровень программируемости фильтра.

#### 12.2.4. ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ С РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕМ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Цифровые фильтры с последовательно-параллельной обработкой достаточно просты в реализации, но ограничены в быстроедействии. Повысить скорость обработки можно ценой увеличения объема аппаратуры, используя принцип распараллеливания арифметических операций. Для этого вводится  $L$  параллельно работающих арифметических устройств, каждое из которых выполняет в  $L$  раз меньшее число операций на один отсчет выходного сигнала, что и обеспечивает пропорциональное увеличение быстроедействия фильтра.

Так, в рекурсивном фильтре второго порядка с помощью двух параллельно работающих арифметических устройств можно отдельно обрабатывать задержанные отсчеты входного  $x(n-l)$  и выходного  $y(n-k)$  сигналов.

Однако распараллеливание более значимо для нерекурсивных фильтров высокого порядка. При использовании двух арифметических устройств (рис.12.7) реализуемый таким фильтром алгоритм обработки можно представить в виде

$$y(n) = \sum_{l=0}^{(N/2)-1} b_l x(n-l) + \sum_{l=(N/2)}^{N-1} b_l x(n-l),$$

где первые  $N/2$  операций умножения-сложения выполняются первым арифметическим устройством, а вторые  $N/2$  операций – вторым.

Диаграммы управляющих сигналов для данного фильтра полностью совпадают с диаграммами фильтра порядка  $N/2$  с одним арифметическим устройством (рис.12.4, а, б).

Минимальный период тактовых импульсов здесь больше на время задержки выходного сумматора SM, т. е.  $T_{\text{Т мин}} = t_{3RG} + t_{3AY} + t_{3MS} + t_{3SM}$ .

Количество тактов на один отсчет выходного сигнала составляет  $(N/2)+1$  (первый такт  $T_1$  – подготовительный) и, следовательно, время обработки равно:  $T_{\text{обр}} = [(N/2) + 1] T_{\text{Т мин}}$ .

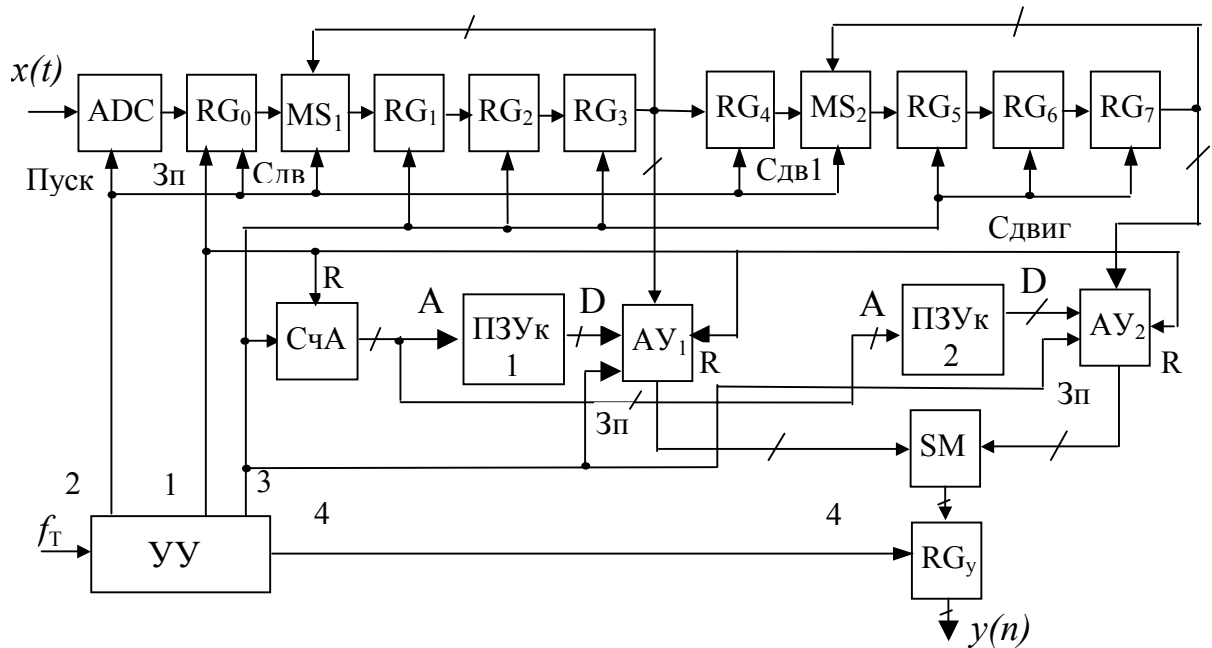


Рис.12.7. Структурная схема НФ с распараллеливанием арифметических операций

В случае  $L$  параллельно работающих арифметических устройств при кратных значениях  $N$  и  $L$  время обработки уменьшается в  $L$  раз:

$$T_{\text{обр}} = [(N/L) + 1]T_{\text{Т мин}}.$$

Однако по мере увеличения  $L$  возрастает время задержки  $(L - 1)$ -го объединяющих (выходных) сумматоров и соответственно время  $T_{\text{Т мин}}$ . Для повышения быстродействия можно включить на выходах арифметических устройств конвейерные регистры памяти.

Наибольшая скорость достигается при параллельном способе реализации, когда количество арифметических устройств равно количеству арифметических операций на один отсчет выходного сигнала.

#### 12.2.5. ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕКУРСИВНОГО ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

В способе параллельно-последовательной обработки текущий  $x(n)$  и все задержанные отсчеты сигналов  $x(n - l)$ ,  $y(n - k)$  обрабатываются одновременно, но поразрядно. При этом поразрядное умножение сигналов на коэффициенты фильтра выполняется таблично с помощью запоминающего устройства, что существенно упрощает реализацию арифметического устройства фильтра [4,5,26,27].

Переход в данном способе от математического алгоритма обработки

$$y(n) = \sum_{l=0}^2 b_l x(n-l) + \sum_{k=1}^2 a_k y(n-k)$$

к реализационному для звена РФ второго порядка осуществляется следующим образом. Сигналы  $x(n-l)$ ,  $y(n-k)$  представляются разрядами соответствующего им двоичного дополнительного кода:

$$x(n-l) = -x^{(0)}(n-l) + \sum_{i=1}^q x_{\partial}^{(i)}(n-l) 2^{-i},$$

$$y(n-k) = -y^{(0)}(n-k) + \sum_{i=1}^q y_{\partial}^{(i)}(n-k) 2^{-i}.$$

С учетом этого разностное уравнение преобразуется к виду

$$y(n) = \sum_{i=1}^q \left[ \sum_{l=0}^2 b_l x_{\partial}^{(i)}(n-l) - \sum_{k=1}^2 a_k y_{\partial}^{(i)}(n-k) \right] 2^{-i} -$$

$$- \left[ \sum_{l=0}^2 b_l x^{(0)}(n-l) - \sum_{k=1}^2 a_k y^0(n-k) \right] = \sum_{i=1}^q F^{(i)} 2^{-i} - F^{(0)}.$$

Так как разряды сигналов могут принимать лишь два значения – 0 или 1, то, выражая коэффициенты  $b_l$ ,  $a_k$  в дополнительном коде ( $b_{l\partial}$ ,  $a_{k\partial}$ ) и выполняя суммирование–вычитание произведений также в дополнительном коде, получим отсчеты выходного сигнала  $y(n)$  в дополнительном коде:

$$y_{\partial}(n) = \sum_{i=1}^q 2^{-i} F_{\partial}^{(i)} - F_{\partial}^{(0)}.$$

Операцию суммирования со сдвигом  $\sum_{i=1}^q 2^{-i} F_{\partial}^{(i)}$  можно представить

следующим образом:

$$\sum_{i=1}^q 2^{-i} F_{\partial}^{(i)} = \left( \dots \left( \left( \left( 0 + F_{\partial}^{(q)} \right) 2^{-1} + F_{\partial}^{(q-1)} \right) 2^{-1} + F_{\partial}^{(q-2)} \right) 2^{-1} + \dots + F_{\partial}^{(1)} \right) 2^{-1}.$$

Это соответствует рекуррентной формуле

$$A_i = (A_{i+1} + F_{\partial}^{(i)}) 2^{-1},$$

где  $A_{q+1} = 0$ ;  $i = q, q-1, q-2, \dots, 1$ .

При ее использовании вычисление сводится к совокупности  $q$  идентичных операций суммирования с накоплением и сдвигом вправо на один разряд (умножение на  $2^{-1}$ ).

Вспомогательные функции  $F_{\partial}^{(i)}$ ,  $F_{\partial}^{(0)}$  представляют собой алгебраические суммы произведений коэффициентов фильтра  $b_{l\partial}$ ,  $a_{k\partial}$  на значения  $i$ -х (или нулевого) разрядов сигналов  $x_{\partial}^{(i)}(n-l)$ ,  $y_{\partial}^{(i)}(n-k)$ , которые,

как уже отмечалось, имеют только два значения: 0 или 1. Следовательно, вспомогательные функции для звена второго порядка могут принимать только  $2^5 = 32$  возможных значения. Например, сочетанию разрядов  $x_{\delta}^{(i)}(n) = 1$ ,  $x_{\delta}^{(i)}(n-1) = 0$ ,  $x_{\delta}^{(i)}(n-2) = 1$ ,  $y_{\delta}^{(i)}(n-1) = 0$ ,  $y_{\delta}^{(i)}(n-2) = 1$  соответствует значение

$$F_{\delta}^i = 1 \cdot b_{0\delta} + 0 \cdot b_{1\delta} + 1 \cdot b_{2\delta} - 0 \cdot a_{1\delta} - 1 \cdot a_{2\delta}.$$

Таким образом, можно заранее вычислить все 32 возможных значения функций  $F_{\delta}^{(i)}$ ,  $F_{\delta}^{(0)}$  и записать их в память. Необходимое число разрядов функции  $F$  определяется как  $r = q_k + \text{int}(\log_2 (\sum_{l=0}^2 |b_{l\delta}| + \sum_{k=1}^2 |a_{k\delta}|))$ , где символ  $\text{int}(x)$  означает целую часть числа  $x$ .

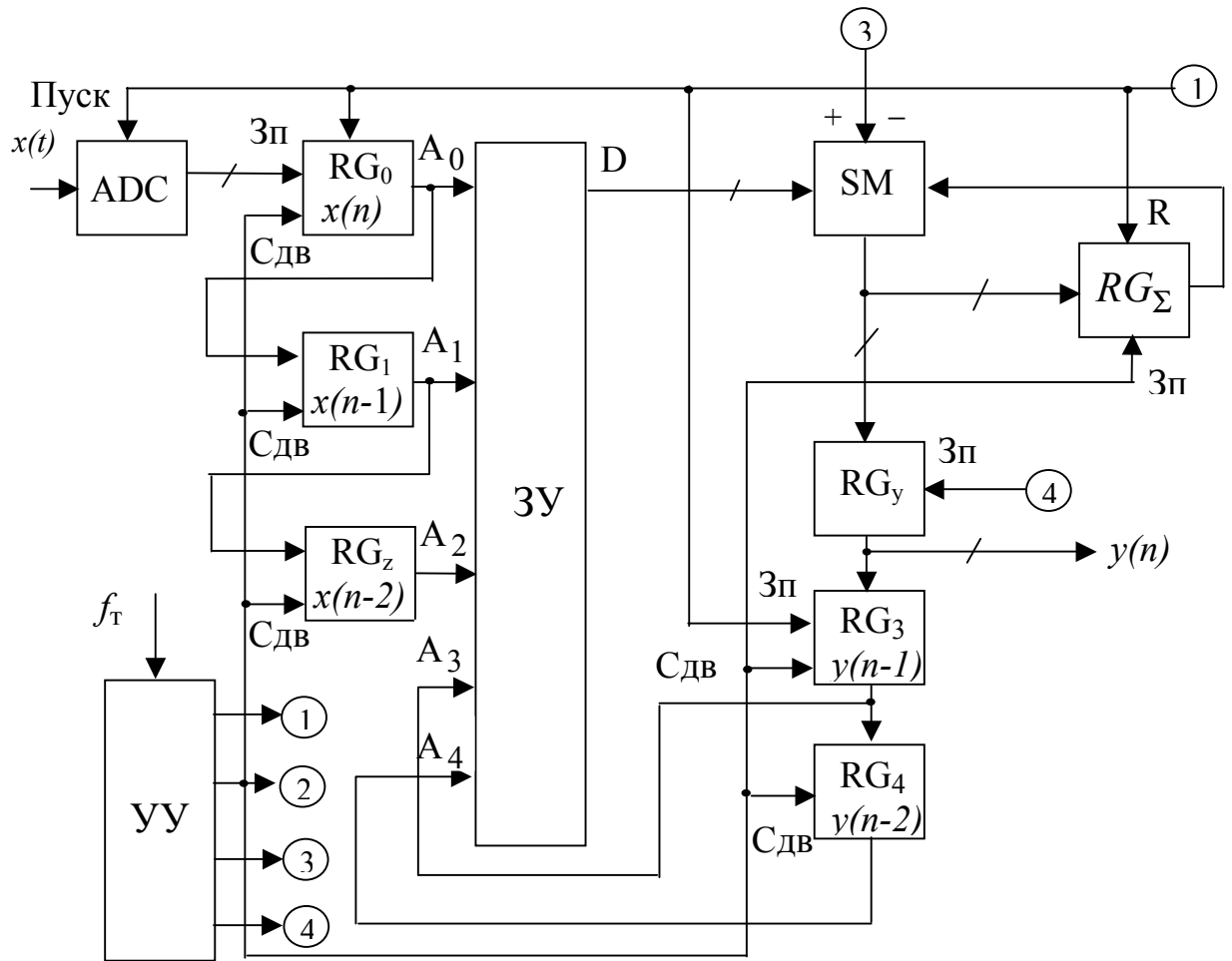
Подавая последовательно на адресные входы запоминающего устройства одноименные разряды сигналов  $x_{\delta}^{(i)}(n-l)$ ,  $y_{\delta}^{(i)}(n-k)$ ,  $i = q, q-1, \dots, 1, 0$ , можно считать из адресуемых ими ячеек соответствующие значения функций  $F_{\delta}^{(i)}$  и, выполняя рассмотренные выше рекуррентные вычисления, за  $(q+1)$  тактов (без учета подготовительных операций) получить значение выходного сигнала  $y(n)$ .

Структурная схема РФ с параллельно-последовательной обработкой (рис.12.8, а) содержит запоминающее устройство ЗУ (это может быть ОЗУ или ПЗУ), к пяти адресным входам которого подключены выходы сдвиговых регистров сигнальной памяти  $RG_0 - RG_4$ , а выход памяти соединен со входом накапливающего сумматора-вычитателя со сдвигом вправо, состоящего из сумматора-вычитателя  $SM$  и регистра суммы  $RG_{\delta}$ . Выходы разрядов этого регистра, подключенные ко второму входу сумматора-вычитателя, смещены относительно его разрядов на один разряд влево. Этим обеспечивается аппаратное умножение частичных сумм на два.

Кроме того, в состав фильтра входит регистр выходного сигнала  $RG_y$  и устройство управления УУ.

В соответствии с диаграммой управляющих сигналов фильтра, построенной для  $q = 7$  (рис.12.8, б), в первом (подготовительном) такте  $T1$  производится сброс регистра суммы  $RG_{\Sigma}$ , запись очередного отсчета  $x(n)$  в регистр  $RG_0$ , запись предыдущего отсчета  $y(n-1)$  в регистр  $RG_3$  и пуск АЦП. В такте  $T2$  в регистр  $RG_{\Sigma}$  записывается сумма  $(RG_{\Sigma}) = (0 + F_{\delta}^{(q)})$  и производится сдвиг сигнальных регистров  $RG_0 - RG_4$ . В такте  $T3$  содержимое  $RG_{\Sigma}$  становится равным  $(RG_{\Sigma}) = (0 + F_{\delta}^{(q)}) 2^{-1} + F_{\delta}^{(q-1)}$ , в такте  $T4$

$$(RG_{\Sigma}) = (0 + F_{\delta}^{(q)}) 2^{-1} + F_{\delta}^{(q-1)} 2^{-1} + F_{\delta}^{(q-2)} \text{ и т. д.}$$



а)



б)

Рис.12.8. Структурная схема (а) и диаграммы управляющих сигналов (б) РФ с параллельно-последовательной обработкой

После 8-го такта в регистре суммы получается  $\sum_{i=1}^2 2^{-(i-1)} \cdot F_{\partial}^{(i)}$  и сумматор SM переводится в режим вычитания (микрооперация 3). В 9-м такте из ячейки запоминающего устройства, адресуемой знаковыми разрядами сигналов  $x^{(0)}(n-l)$ ,  $y^{(0)}(n-k)$ , считывается функция  $F_{\partial}^{(0)}$ , которая вычитается из предыдущего содержимого регистра суммы, помноженного на  $2^{-1}$ . В результате чего на выходе сумматора образуется вычисленное значение выходного сигнала

$$y(n) = \sum_{i=1}^q 2^{-i} F_{\partial}^{(i)} - F_{\partial}^{(0)}.$$

Это значение записывается в регистр выходного сигнала RGu (микрооперация 4). Далее рассмотренная последовательность микроопераций повторяется.

Количество тактов (микрокоманд) на один отсчет выходного сигнала для данного фильтра составляет  $N_T = q + 2$ , а минимальный период тактовых импульсов  $T_{T \text{ мин}} = t_{3RG} + t_{33V} + t_{3SM}$ , что соответствует времени обработки  $T_{\text{обр}} = (q + 2)T_{T \text{ мин}}$ . Время обработки в данном случае зависит от разрядности отсчетов сигнала, возрастая с ее увеличением.

#### 12.2.6. ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ С ВРЕМЕННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ СИГНАЛОВ

При высоком быстродействии арифметических устройств возможна реализация цифровых фильтров для обработки нескольких входных сигналов в режиме разделения времени [3, 5]. Характеристики фильтра и соответственно его коэффициенты могут быть как одинаковыми, так и разными для каждого из входных сигналов. В последнем случае необходимо обеспечить синхронное мультиплексирование не только отсчетов входных сигналов, но и коэффициентов фильтра. Очевидно наличие и отдельной сигнальной памяти для каждого входного сигнала.

Схема канонического рекурсивного звена второго порядка для обработки двух сигналов  $x_1(n), x_2(n)$  с одинаковыми для обоих сигналов коэффициентами фильтра приведена на рис.12.9, а. Промежуточные отсчеты сигналов  $w_1(n-1), w_2(n-1), w_1(n-2), w_2(n-2)$  циркулируют в сигнальной памяти на регистрах  $RG_1 - RG_4$ . Цикл обработки двух одноименных отсчетов сигналов  $x_1(n), x_2(n)$  состоит из двух тактов, на первом из которых обрабатывается первый сигнал, а на втором – второй.

Управление фильтром сводится к переключению входного и выходного мультиплексоров и сдвигу регистров памяти. Сигналы управления (рис.12.9, б) формируются с помощью счетного триггера Тг и двух логических элементов И.

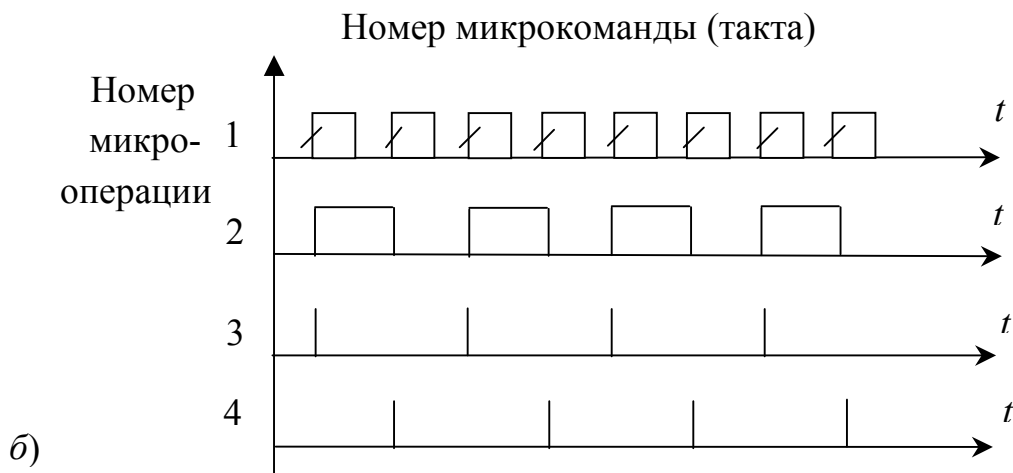
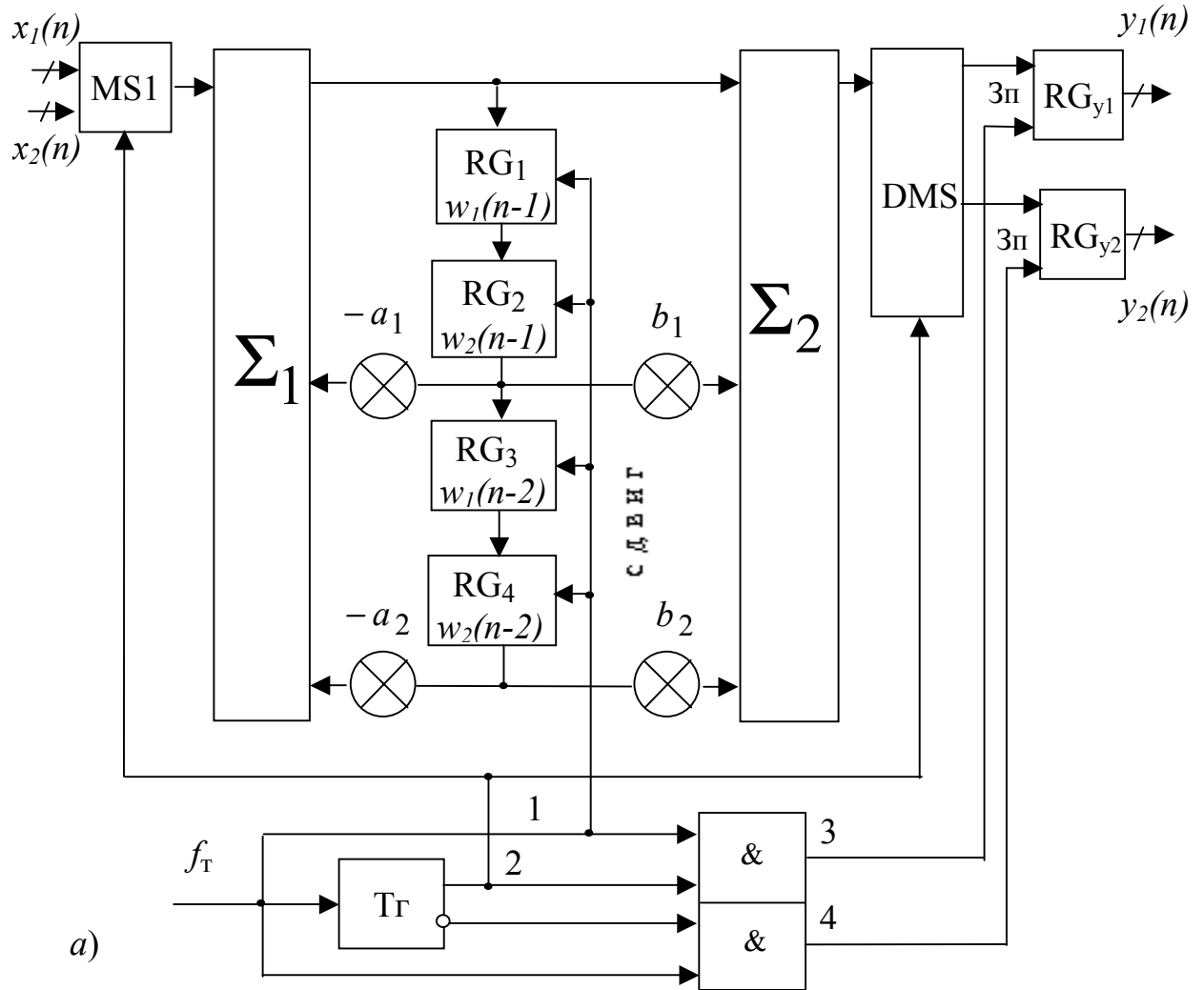


Рис.12.9. Структурная схема (а) и диаграммы управляющих сигналов (б) РФ с временным разделением каналов

Данную структуру можно расширить и на большее число обрабатываемых входных сигналов, а также ввести в нее регистры памяти для коммутуемых коэффициентов фильтра.



## 12.3. АППАРАТНО-ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЦОС

### 12.3.1. ПРОЦЕССОРЫ ЦОС НА ОСНОВЕ АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

Аппаратно-программному способу реализации соответствуют процессоры и системы ЦОС на базе программируемых микропроцессорных средств, называемые **микропроцессорными системами (МПС)**. Быстродействие и точность таких систем зависят от их аппаратного и программного обеспечения. Эффективность аппаратного обеспечения определяется конфигурацией или архитектурой процессора и типом используемых микропроцессорных средств. МПС ЦОС, так же как и МПС общего назначения, строятся по магистрально-модульному принципу в виде совокупности функциональных модулей, объединенных системой магистралей или шин [35]. МПС на основе **однокристалльных микропроцессоров** имеют, как правило, трехшинную организацию, включающую шину адреса, двунаправленную шину данных, по которой передаются и команды, и шину управляющих сигналов. МПС на основе **разрядно-модульных микропроцессоров**, а также **однокристалльные микроЭВМ** имеют более сложную организацию шин и, в частности, отдельные шины и память для команд, входных и выходных данных, существенно повышающие быстродействие за счет распараллеливания потоков информации.

**Структурные особенности** МПС ЦОС связаны со спецификой внешних устройств, с жесткой временной синхронизацией циклов ввода-вывода и обработки данных, наличием модулей аппаратной поддержки.

**Типовая структурная схема** однопроцессорной МПС ЦОС (процессора ЦОС) с трехшинной организацией (рис.12.10) содержит микропроцессорный модуль МПМ, модуль программного ПЗУ и ПЗУ констант, модуль ОЗУ для промежуточных данных и отсчетов сигналов (сигнальная память), контроллеры прерываний и ПДП, программируемый таймер, модуль аппаратной поддержки МАП, порты (каналы) цифрового (параллельного и последовательного) ввода-вывода и сопрягаемые с АЦП и ЦАП порты аналогового ввода-вывода. В однокристалльной микроЭВМ все или часть из указанных модулей и портов интегрированы на одном кристалле. Ввод-вывод данных в МПС может инициироваться программой или внешними устройствами и портами – по прерыванию или в режиме ПДП. Последний управляется контроллером ПДП и обеспечивает быстрый ввод-вывод больших массивов данных, например, при спектральном анализе сигналов.

В обмене информацией по общим шинам системы одновременно участвуют два модуля. Выходы других модулей, подключенные выходами к магистральям системы, находятся при этом в высокоимпедансном состоянии. В МПС применяется отдельная или совмещенная адресация памяти и устройств ввода-вывода (УВВ). Выбор страницы памяти или УВВ производится в соответствии с присвоенными им адресами путем дешифрирования старших разрядов шины адреса (дешифратор ДША и линии выбора уст-

ройств ЛВУ на рис.12.10). По шине управления обычно передаются сигналы чтения, записи, ввода, вывода, определяющие направление обмена информацией, а также сигналы запроса и подтверждения прерываний и ПДП, готовности к обмену и системного сброса.

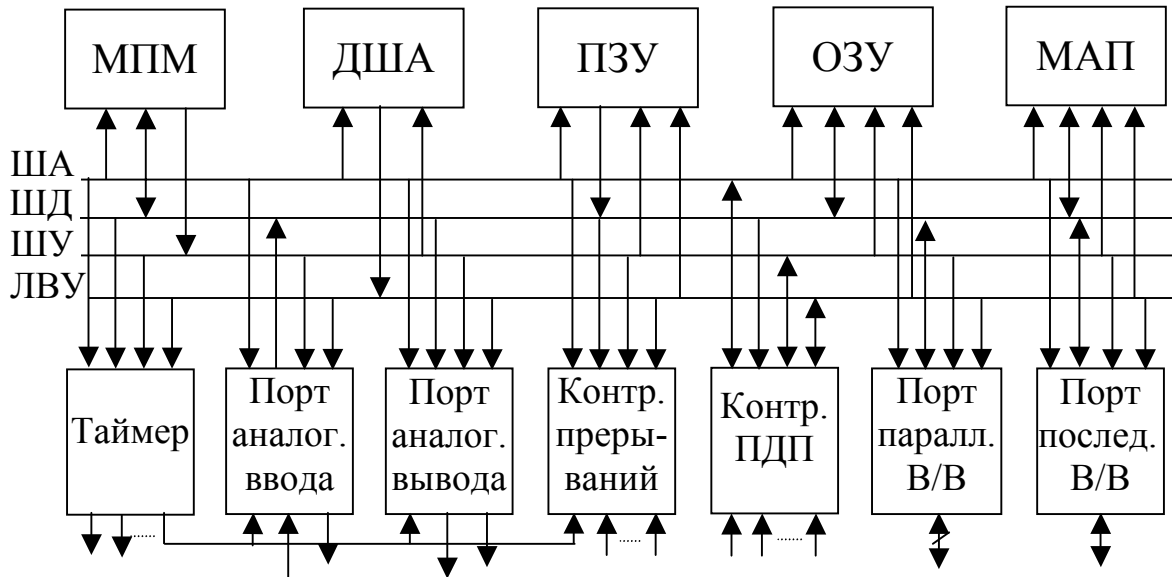


Рис.12.10. Общая структура процессора ЦОС на основе микропроцессорных средств

В системе возможен как синхронный ввод-вывод при работе с быстродействующими внешними устройствами, так и асинхронный, когда быстродействие внешних устройств невелико.

Параллельные и/или последовательные цифровые каналы ввода-вывода данных используются для связи с цифровыми измерительными приборами или преобразователями, с устройствами отображения и управления, в том числе с удаленными источниками/приемниками данных, а также для быстрого перепрограммирования МПС ЦОС от внешней (управляющей) ЭВМ, в том числе в режиме ПДП.

**Проектирование аппаратного обеспечения МПС ЦОС** включает выбор конфигурации или архитектуры системы, типа используемых микропроцессорных средств, способа синхронизации ввода-вывода и обработки данных, режимов ввода-вывода и средств аналого-цифрового интерфейса, разработку общего алгоритма работы системы. Необходимое быстродействие обеспечивается также выбором оптимального соотношения аппаратно и программно реализуемых операций ввода-вывода и обработки данных и их временного распараллеливания. К аппаратным **средствам ускорения обработки** относятся используемые совместно умножители и накапливающие сумматоры. При выборе и оценке их эффективности необходимо учитывать удельный вес программных операций по подготовке обрабатываемых данных, снижающий эффект аппаратной поддержки. Более высокому уровню аппаратной

поддержки соответствует введение базовых аппаратных модулей ЦОС типа звеньев РФ 2-го порядка или "бабочки" БПФ. При этом возможно одновременное выполнение аппаратных и программных операций, еще более повышающее скорость обработки. При реализации БПФ применяют также внешние ПЗУ для хранения адресов операндов и поворачивающих множителей, исключая необходимость их программного вычисления [36].

Дальнейшие возможности наращивания быстродействия МПС ЦОС связаны с переходом к **многопроцессорным системам и матричным процессорам**, реализующим на программном и аппаратном уровнях принципы распараллеливания и конвейерной обработки данных. Скорость обработки таких систем возрастает пропорционально количеству параллельно работающих процессоров (транспьютеров) [37, 38]. Очевидно, что в той же мере возрастают и сложности, связанные с их разработкой, программированием и реализацией.

### 12.3.2. СИНХРОНИЗАЦИЯ И АЛГОРИТМЫ РАБОТЫ МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ ЦОС

Системы ЦОС реального времени выполняют **циклическую** последовательность операций ввода, обработки и вывода данных. **Задача их синхронизации** заключается в обеспечении жесткой привязки циклов ввода, обработки и вывода к заданному периоду (частоте) дискретизации сигнала, определяющему длительность временного цикла системы:

$$T_{\text{ц}} = T_{\text{вв}} + T_{\text{обр}} + T_{\text{выв}} + T_{\text{ож}} = T_{\text{д}} = \text{const}.$$

Кроме времени ввода  $T_{\text{вв}}$ , вывода  $T_{\text{выв}}$  и обработки  $T_{\text{обр}}$  он включает также время ожидания  $T_{\text{ож}}$ , которое дополняет временной цикл до постоянного периода дискретизации сигнала  $T_{\text{д}}$ . В зависимости от реализации МПС это время может быть постоянным:  $T_{\text{ож}} = \text{const}$ , если составляющие временного цикла  $T_{\text{вв}}$ ,  $T_{\text{обр}}$ ,  $T_{\text{выв}}$  постоянны, или переменным:  $T_{\text{ож}} = \text{var}$ , если все или одна из составляющих  $T_{\text{вв}}$ ,  $T_{\text{обр}}$ ,  $T_{\text{выв}}$  переменна, т. е. зависит от конкретных значений сигнала. Данные варианты или ситуации определяют выбор возможных **способов синхронизации системы**. По виду источника синхронизации различают **внешнюю** и **внутреннюю** синхронизации, а по способу реализации – **аппаратную** и **программную**.

При **программной синхронизации** длительность цикла системы задается программно, синхронизация возможна при  $T_{\text{ож}} = \text{const}$  и является внутренней.

**Аппаратная синхронизация** может быть как от внутреннего источника (таймера), так и внешнего и осуществляется либо по прерыванию процессора, либо путем программного опроса регистра состояния (бита готовности) данных АЦП. Такая синхронизация реализуема как при  $T_{\text{ож}} = \text{const}$ , так и при  $T_{\text{ож}} = \text{var}$ .

Пример развернутой структурной схемы синхронизированной системы ЦОС представлен на рис. 12.11. Она включает процессор ЦОС, элементы аналого-цифрового интерфейса и синхронизации.

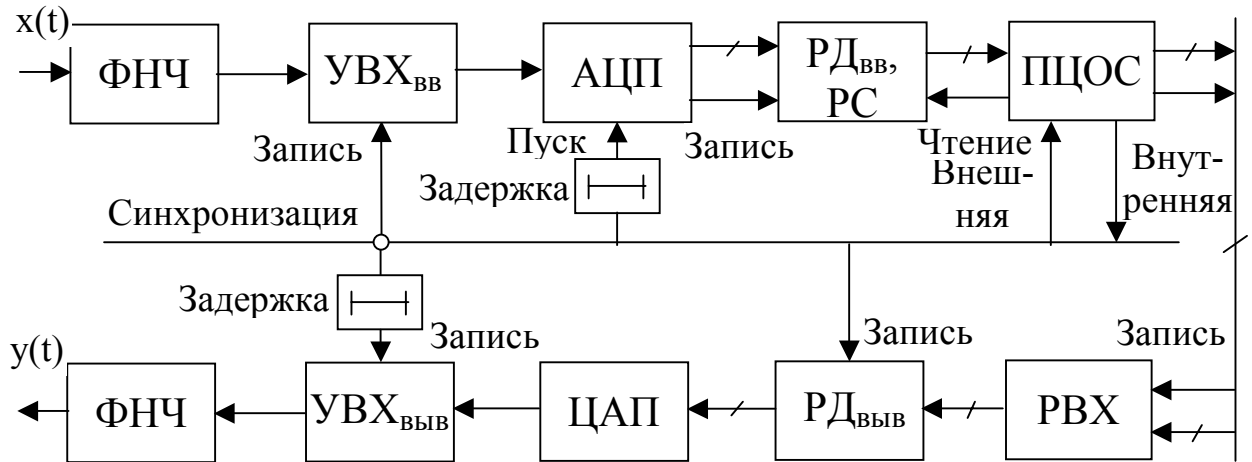


Рис. 12.11. Пример структурной схемы синхронизированной системы ЦОС

Внешний сигнал синхронизации или внутренний, сформированный процессором ЦОС (программно или с помощью таймера), переводит входное устройство выборки-хранения  $УВХ_{ВВ}$  из режима слежения в режим хранения сигнала, запускает с некоторой задержкой АЦП, переписывает выходные данные из регистра временного хранения  $РВХ$  в регистр данных  $РД_{ВЫВ}$  ЦАП и с некоторой задержкой записывает выходной сигнал ЦАП в выходное устройство выборки-хранения  $УВХ_{ВЫВ}$ . Процессор ЦОС по запросу прерывания сигналом синхронизации или сигналом готовности АЦП или его регистра состояния РС, который также может опрашиваться программно (на рис. 12.11 он совмещен с регистром данных  $РД_{ВВ}$ ), считывает регистр данных  $РД_{ВВ}$  АЦП, обрабатывает данные, записывает их в  $РВХ$  и ждет нового сигнала синхронизации или формирует его (при внутренней программной синхронизации).

Иллюстрирующие работу системы временные диаграммы сигналов показаны на рис. 12.12.

Общий алгоритм работы системы представляется формализованно **граф-схемой алгоритма** для конкретного используемого способа синхронизации системы. Граф-схема отражает выполняемые системой операции и их последовательность, возможное временное распараллеливание и способ реализации операций – программный или аппаратный. Наряду с вышерассмотренными к программно реализуемой относится также **инициализация системы**, включающая совокупность операций по подготовке ее к работе, например, начальной загрузке параметров и программного обеспечения от внешней ЭВМ, интерактивного ввода параметров, инициализации и программирования аппаратного обеспечения – аналого-цифрового интерфейса, контроллеров, таймера, инициализации алгоритмической обработки, например, очистки

сигнальной памяти, установки базовых адресов операндов и др. Граф-схема алгоритма работы дополняется обычно **диаграммой временного цикла** системы.

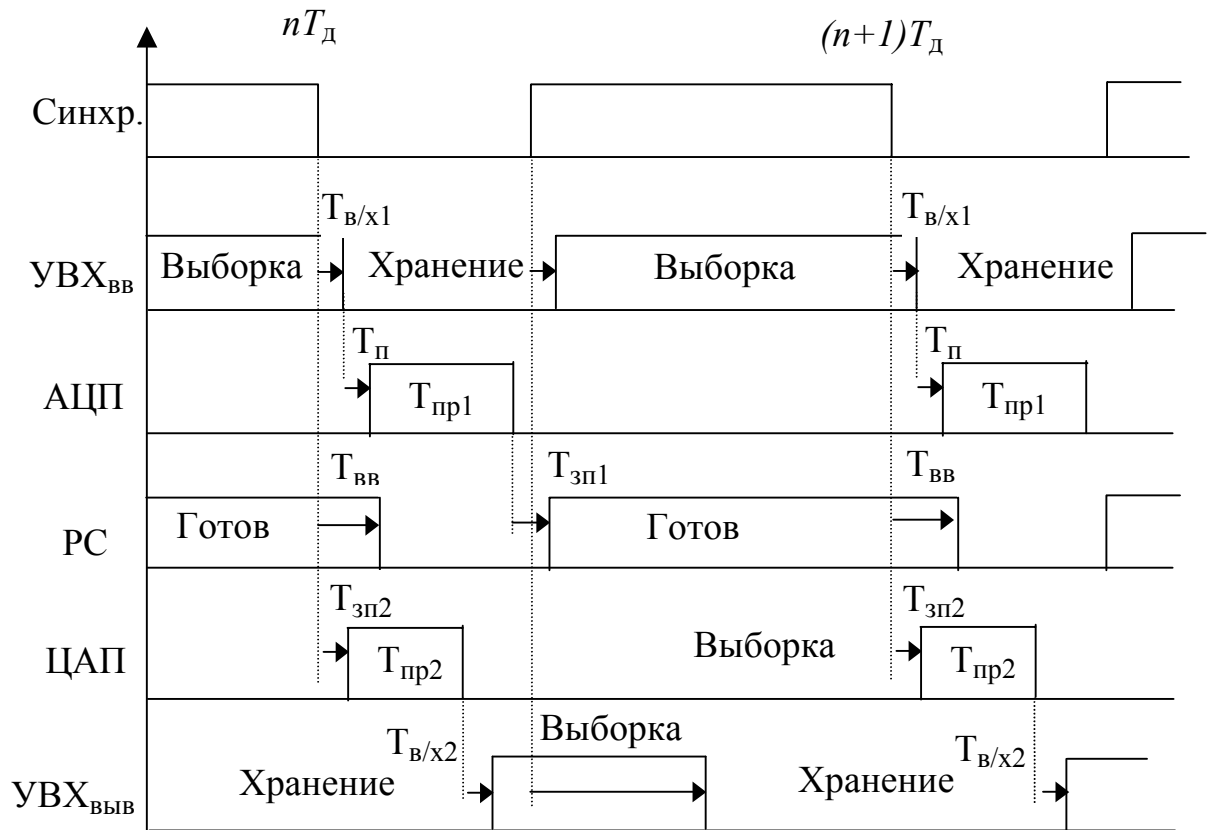


Рис. 12.12. Временные диаграммы сигналов синхронизированной системы

Для МПС с **аппаратной синхронизацией** возможная граф-схема алгоритма работы и диаграмма временного цикла приведены на рис. 12.13, а, б.

Операции слева от пунктирной линии на граф-схеме (рис. 12.13, а) выполняются на программном уровне (за исключением проверки запросов прерывания, обрабатываемых контроллером прерываний), справа – на аппаратном уровне параллельно во времени. Прерывание процессора производится непосредственно сигналом синхронизации, поступающим с внутреннего программируемого таймера или внешнего источника синхронизации. Программирование таймера, как и разрешение пуска АЦП, представляется на граф-схеме отдельными операциями, относящимися в общем случае к инициализации системы. Время цикла системы (рис. 12.13, б) определяется длительностью программных операций ввода, вывода, обработки и ожидания, поглощающей параллельно выполняемые аппаратные операции (записи в УВХ, пуска АЦП, аналого-цифрового преобразования и др.), имеющие, как правило, меньшую суммарную длительность.

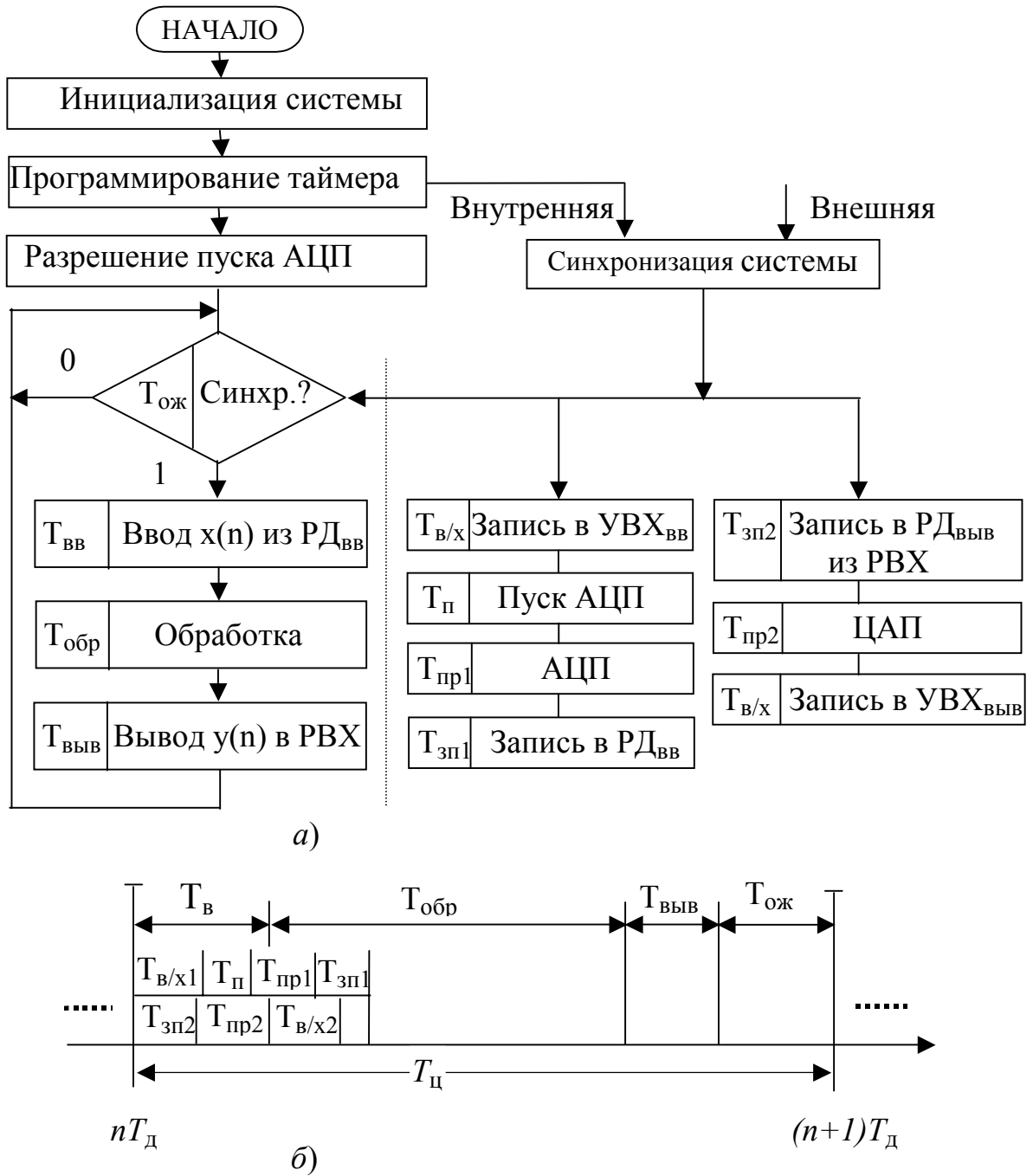


Рис. 12.13. Граф-схема алгоритма работы (а) и диаграмма временного цикла (б) МПС с аппаратной синхронизацией

На рис. 12.14 представлена граф-схема алгоритма работы системы также с аппаратной синхронизацией, но отличающаяся тем, что работа процессора синхронизируется сигналом регистра состояния АЦП, который либо вызывает его прерывание, либо опрашивается им программно. При этом после считывания регистра данных АЦП или одновременно с ним процессор осуществляет модификацию или сброс бита готовности регистра состояния АЦП. Данная граф-схема соответствует общему алгоритму работы лабораторной

системы ЦОС на базе ПК и встраиваемого модуля аналого-цифрового интерфейса типа RD1, разработанной в КГТУ [39].

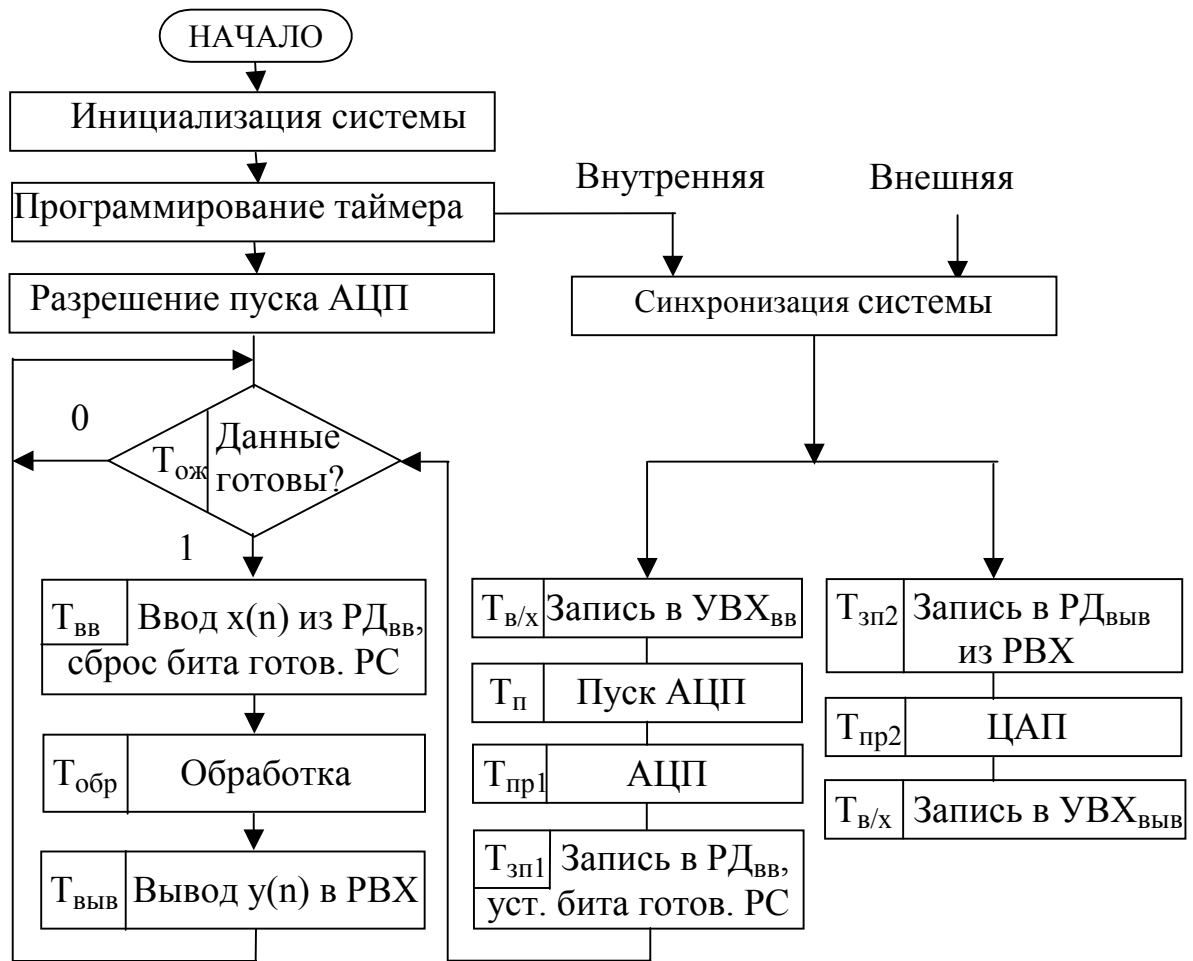


Рис. 12.14. Граф-схема алгоритма работы системы ЦОС с синхронизацией процессора по сигналу готовности данных АЦП

МПС ЦОС с **внутренней программной синхронизацией** согласно граф-схеме алгоритма ее работы (рис. 12.15, а) соответствует большой удельный вес программно выполняемых операций, таких как запись в  $УВХ_{ВВ}$  текущего отсчета входного аналогового сигнала, запись в  $УВХ_{ВВ_ВВ}$  предыдущего отсчета выходного аналогового сигнала с ЦАП и пуск АЦП, которые согласно диаграмме временного цикла системы (рис.12.15, б) увеличивают его длительность. Возврат  $УВХ_{ВВ}$  из режима хранения в режим выборки или слежения осуществляется либо аппаратно по сигналу готовности АЦП, либо программно по истечении известного времени преобразования АЦП. Длительность временного цикла системы и, соответственно, период дискретизации сигнала задаются здесь с помощью программно управляемой задержки на время  $T_{ож}$ . Ввод отсчетов входного сигнала может производиться как в конце программного цикла, так и в начале.

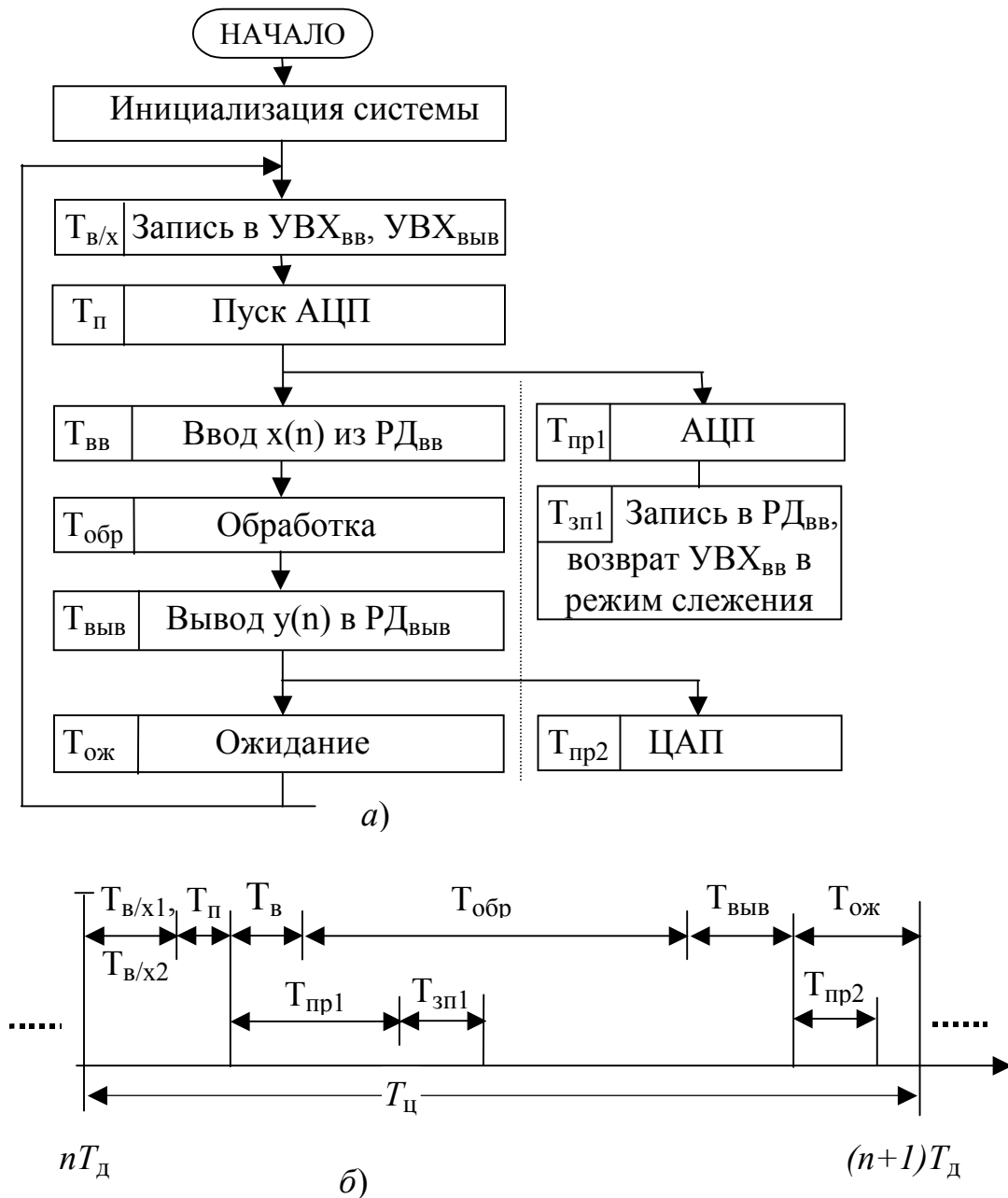


Рис. 12.15. Граф-схема алгоритма работы (а) и диаграмма временного цикла (б) МПС с программной синхронизацией

### 12.3.3. СПОСОБЫ И ЗАДАЧИ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ ЦОС

Быстродействие МПС ЦОС определяется не только аппаратными средствами системы, но и в значительной мере программно реализуемым алгоритмом обработки. В связи с этим при проектировании МПС ЦОС существует задача разработки "быстрых" программ. Она заключается в оптимизации программы по времени ее выполнения на конкретных аппаратных средствах МПС. **Время выполнения программы** зависит от способа ее создания, языка программирования, архитектуры МП и его системы команд.



Программное обеспечение ЦОС может быть **создано** одним из следующих способов:

с помощью систем автоматизированного проектирования программного обеспечения ЦОС (САПР ЦОС или систем разработки);

традиционным программированием на языках высокого уровня (высокоуровневое программирование) и машинно-ориентированном языке ассемблера процессора (низкоуровневое программирование);

путем сочетания традиционного программирования и САПР.

Системы автоматизированного проектирования обеспечивают генерацию кодов команд для конкретного процессора ЦОС на основе функционального описания системы ЦОС с помощью встроенного языка описания или графического редактора функциональных или структурных схем из библиотеки базовых элементов САПР – так называемые графические компиляторы. К ним относится популярная система LabView и системы разработки ЦСП. Данное направление называют также программированием без программирования.

В наибольшей мере аппаратные и программные возможности процессора реализуются при традиционном программировании. Это относится к современным высокоэффективным компиляторам С++, Турбо Паскаль, позволяющим создавать достаточно быстрые программы. Однако максимальную скорость обработки можно получить только при программировании на **языке ассемблера**. Трудоемкость такого программирования может быть частично уменьшена с помощью имеющихся кросс и резидентных средств его автоматизации. Для секционированных микропроцессоров возможно еще более эффективное, но и трудоемкое программирование на уровне микроопераций или микропрограммирование, максимально использующие их ресурсы.

Системы, сочетающие традиционное программирование и САПР, содержат, как правило, мощные библиотеки программ ЦОС и средства для создания графического интерфейса и управляющих программ или оболочек. Системы такого класса, например, LabWindows представляют достаточно большие возможности разработки эффективного программного обеспечения. Для создания системных программных продуктов ЦОС используются интегрированные среды визуального программирования (Delphi, Visual Basic, Visual C).

**Традиционное программирование**, в особенности низкоуровневое, наиболее полно раскрывает и детализирует задачи разработки программного обеспечения МПС ЦОС. Программирование основывается на общей граф-схеме алгоритма работы системы, принятой на предыдущем этапе ее проектирования, и реализуемом ею математическом алгоритме обработки сигнала. В процессе разработки программного обеспечения последовательно определяются и конкретизируются все соответствующие общей граф-схеме алгоритма работы программно реализуемые операции – инициализации системы, ввода-вывода, алгоритмической обработки данных и синхронизации системы, которая может быть как программной, так и аппаратной, но также влияющей на структуру программного обеспечения. Они отображаются

граф-схемами реализуемых программой алгоритмов, развернутыми до уровня, необходимого и достаточного для непосредственного написания программы.

**Программирование алгоритмической обработки** предполагает переход от математического алгоритма обработки к реализационному. **Реализационный алгоритм обработки** включает базовую операцию, операции, обеспечивающие инициализацию алгоритмической обработки, и операции, управляющие вводом, обработкой и выводом данных. Реализационный алгоритм обработки при аппаратно-программной реализации ЦОС в виде, достаточном для его программирования на языке высокого уровня, совпадает с соответствующими алгоритмами обработки при программной реализации ЦОС (не в реальном времени) и моделировании ЦОС. Переход к реализационным алгоритмам обработки такого уровня и их граф-схемы для программной реализации цифровых фильтров и их моделирования рассмотрены в [40], главы 2 и 4.

Реализационный алгоритм обработки высокого уровня является базой для дальнейшей разработки реализационного алгоритма, пригодного для программирования алгоритмической обработки на языке ассемблера процессора ЦОС (реализационного алгоритма обработки низкого уровня). Эта разработка ведется с привязкой к конкретному типу микропроцессора и включает:

распределение памяти данных системы (коэффициентов, отсчетов сигнала);

выбор режимов адресации и распределение регистров микропроцессора;

выбор форматов чисел и преобразование к ним используемых в вычислительных операциях значений констант и параметров алгоритмической обработки (для цифровых фильтров – значений их коэффициентов).

При распределении регистров микропроцессора рекомендуется максимально использовать его внутреннюю регистровую сверхоперативную память для хранения текущих или промежуточных отсчетов сигнала, сокращая тем самым количество медленных обращений к внешней памяти. Чем больше объем регистровой памяти микропроцессора, тем более быстрые могут быть составлены программы.

Для адресации данных используются различные режимы косвенной регистровой, базовой, базово-индексной адресации, обеспечивающие быструю модификацию адресов операндов, а в ЦСП также модульная или циклическая адресация, эффективная при реализации цифровых фильтров, вычислении свертки и корреляции.

Быстродействие программы алгоритмической обработки зависит от ее структуры. Так, линейные программы исполняются быстрее, чем циклические или содержащие подпрограммы, которые являются, в свою очередь, более гибкими и имеют меньшую длину. В современных ЦСП исключены потери времени, связанные с циклическостью программы.

**Числа с фиксированной точкой** в системах ЦОС представляются в знаковом дробном или смешанном формате:  $q_z \cdot q_u \cdot q_d$ , где  $q_z$  – число знаковых двоичных разрядов,  $q_u$  – число двоичных разрядов целой части,  $q_d$  – число двоичных разрядов дробной части. Последнее определяет вес единицы младшего разряда (EMР), равный  $2^{-q_d}$ , и точность представления чисел. Например, формату 1.1.14 соответствует 1 разряд знака, 1 разряд целой части и 14 разрядов дробной части; EMР =  $2^{-14}$ .

Отсчеты сигнала представляются в правильном дробном формате ( $q_u = 0$ ).

Смешанный формат имеют коэффициенты, используемые в вычислительных операциях, если они превышают по модулю 1. При этом число двоичных разрядов целой части определяется коэффициентом, имеющим максимальное по модулю значение  $|K|_{\max} : q_{ук} = \text{int } \log_2 |K|_{\max}$ . Если коэффициент не содержит дробной части и равен, например,  $|K|_{\max} = 2$ , то с целью уменьшения числа разрядов целой части его можно приближенно представить значением 1,9999... с  $q_u = 1$ . Это позволяет увеличить на 1 число разрядов дробной части и повысить точность обработки сигнала.

В результате умножения отсчета сигнала в формате 1.0. $q_{dc}$  на коэффициент в формате 1. $q_{ук}$ · $q_{dk}$  получаемое произведение имеет формат: 2. $q_{ук}$ ·( $q_{dk} + q_{dc}$ ). Путем ограничения разрядности и коррекции оно должно быть приведено к формату, принятому для отсчетов сигнала, т. е. 1.0. $q_{dc}$ . При этом полагается, что при правильном масштабировании сигналов произведения не превышают (меньше) по модулю 1. В этом случае нужно осуществить сдвиг произведения влево на число разрядов ( $q_{ук} + 1$ ) с сохранением знакового разряда (который при указанном условии масштабирования совпадает с разрядом целой части произведения) и ограничить число разрядов до ( $q_{dc} + 1$ ). Например, при  $q_{dc} = 15$  бит,  $q_{ук} = 2$  бита,  $q_{dk} = 13$  бит произведения имеют формат: 2.2.28. Путем сдвига влево на 3 разряда и усечения они приводятся к формату 1.0.15.

Возможен и другой вариант обработки, когда преобразуются форматы накопленных сумм произведений, т. е. преобразуются форматы чисел сумматоров. Это повышает точность обработки и динамический диапазон ЦОС, но может усложнить саму обработку и увеличить ее время.

Если ассемблерные инструкции процессора поддерживают только целочисленную арифметику (например, для процессоров i80x86, ПК IBM PC, ЦСП TMS320xx), то исходные значения коэффициентов должны быть преобразованы к целочисленному двоичному формату путем их умножения на  $2^{q_d}$  и взятия целой части, т. е.  $K_u = [K_d \cdot 2^{q_d}]_{ц.ч.}$ . Например, коэффициент  $a_1 = -1,576$ , представляемый в смешанном формате 1.1.14, приводится к целочисленному формату путем умножения его на  $2^{q_d} = 2^{14} = 16384$ , т. е.  $a_{1ц} = [-1,576 \cdot 16384]_{ц.ч} = -25821$ . Для обратного перевода целого числа к

дробному или смешанному формату его нужно поделить на  $2^{q_0}$  или умножить на  $2^{-q_0}$ . Целочисленный и дробный форматы различаются только значениями весов соответствующих разрядов, т. е. способом интерпретации двоичного кода.

В ЦСП семейства ADSP используется представление чисел в дробном формате. Это может потребовать масштабирования коэффициентов, превышающих по модулю 1 с последующей коррекцией результатов вычислений.

**На основе получаемой в результате разработки** развернутой высокоуровневой граф-схемы алгоритма обработки и инициализации системы могут быть определены структура программы, состав и взаимодействие ее программных модулей, уровни (языки) их программирования и развернутые до уровня регистров граф-схемы алгоритмов реализации модулей, программируемых на языке ассемблера используемого микропроцессора.

Программное обеспечение ЦОС разрабатывается, как правило, в соответствии с принципом **модульного программирования** и включает основную программу (главный модуль) и совокупность связанных с нею (возможно и между собой) программных модулей. Состав и структура модулей могут быть различны в зависимости от степени сложности реализуемых алгоритмов, от используемых микропроцессорных средств и режимов ввода-вывода данных. **Главный модуль** выполняет прежде всего функции управления и желательно, чтобы его структура не зависела от реализуемого алгоритма обработки. **Инициализация аппаратного обеспечения системы** в первую очередь предполагает программирование (инициализацию) аналого-цифрового интерфейса, контроллеров прерываний и ПДП, программируемого таймера. Она осуществляется либо главным модулем, либо специализированным. **Ввод-вывод данных** также может выполняться отдельными модулями или непосредственно **модулем алгоритмической обработки**. С помощью **модуля инициализации алгоритмической обработки** можно обеспечить, например, начальную настройку регистров адресов данных, счетчиков циклов, очистку сигнальной памяти и другие подготовительные операции. Программирование главного модуля, практически не влияющего на время обработки сигнала, возможно как на языке низкого уровня (ассемблере), так и высокого. В последнем случае существенно облегчается обеспечение интерактивного управления системой, операций с файлами, связи со средствами отображения, в том числе графического и т. д.

В простейшем случае программа ЦОС может состоять и из одного модуля, реализующего все указанные операции и написанного на языке ассемблера или с использованием гибридного – высокоуровневого и низкоуровневого программирования.

После написания программы осуществляется ее отладка, оценка быстродействия, оптимизация, сопряжение программных средств с аппаратными, которые при необходимости могут включать также средства аппаратной под-

держки (ускорители). Решение основных задач разработки программного обеспечения рассмотрим на примерах аппаратно-программной реализации цифровых фильтров.

#### 12.3.4. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ, РЕАЛИЗУЕМЫХ НА ОСНОВЕ АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

Исходными для разработки программного обеспечения РЦФ и НЦФ на основе ДВС являются общие граф-схемы алгоритмов работы синхронизированной МПС ЦОС (рис. 12.13–12.15) и граф-схемы алгоритмов программной реализации ЦФ, приведенные в [40] (рис. 2.12, 2.13, 2.16). Их базовая операция и реализационный алгоритм обработки, соответствующий математическому алгоритму на основе разностных уравнений или ДВС, представляются через программные переменные, используемые для обозначения отсчетов сигнала и коэффициентов фильтра (импульсной характеристики НЦФ), которые являются операндами базовой операции. Адресация и выборка операндов также входит в реализационный алгоритм обработки ЦФ.

К задачам **инициализации аппаратного обеспечения системы**, используемой для реализации ЦФ, можно отнести ввод программно управляемых параметров аналого-цифрового интерфейса (полосы пропускания, коэффициента усиления), инициализацию и программирование аналого-цифрового интерфейса, программирование контроллеров ПДП и/или прерываний и таймера.

**Инициализация ЦФ (алгоритмической обработки)** заключается во вводе его коэффициентов (для фильтров с изменяемыми коэффициентами), очистке сигнальной памяти, начальной установке адресов операндов (базовых и индексных регистров) и счетчиков циклов.

Для **рекурсивных цифровых фильтров** в памяти системы размещаются коэффициенты разностных уравнений звеньев второго порядка  $m_J$ ,  $b_{1J}$ ,  $b_{2J}$ ,  $a_{1J}$ ,  $a_{2J}$  (программные переменные  $M(J)$ ,  $B1(J)$ ,  $B2(J)$ ,  $A1(J)$ ,  $A2(J)$ ) и отсчеты внутренних сигналов, соответствующих, например, канонической форме реализации звеньев  $w_J(n-1)$ ,  $w_J(n-2)$  (программные переменные  $W1(J)$ ,  $W2(J)$ ), где  $J = 1, 2, \dots, L$  – номера последовательно или параллельно включенных звеньев,  $L$  – число звеньев. Они образуют массивы данных  $K$  и  $W$  (рис. 12.16). Базово-индексные адреса операндов символически обозначены на рис. 12.16 соответственно как  $ADRK + U$  и  $ADRW + I$ . Общее число коэффициентов РЦФ составляет  $5L$  (с учетом масштабных множителей  $m_J$ ). Каждый коэффициент в массиве  $K$  имеет свой фиксированный индекс  $U = 1, 2, \dots, 5L$ . Размещенным в сигнальной памяти  $2L$  отсчетам сигнала соответствуют фиксированные номера-индексы  $I = 1, 2, \dots, 2L$ . При инициализации системы сигнальная память (массив  $W$ ) обнуляется.

Массив К	АДРЕС	Массив W	АДРЕС
$M_1$	$ADRK + 1$	$w_1(n - 2)$	$ADRW + 1$
$-a_{21}$	$ADRK + 2$	$w_1(n - 1)$	$ADRW + 2$
$-a_{11}$	$ADRK + 3$	$w_2(n - 2)$	$ADRW + 3$
$b_{21}$	$ADRK + 4$	$w_2(n - 1)$	$ADRW + 4$
$b_{12}$	$ADRK + 5$	.	.
.	.	.	.
$m_J$	$ADRK + U$	.	$ADRW + I$
$-a_{2J}$	.	$w_J(n - 2)$	.
$-a_{1J}$	.	$w_J(n - 1)$	.
$b_{2J}$	.	.	.
$b_{1J}$	.	.	.
.	.	.	.
$m_L$	.	.	.
$-a_{2L}$	.	.	.
$-a_{1L}$	.	$w_L(n - 2)$	.
$b_{2L}$	.	$w_L(n - 1)$	$ADRW + (2L)$
$b_{1L}$	$ADRK + (5L)$		

а)

б)

Рис 12.16. Размещение в памяти операндов РЦФ

Операция обработки сигнала одинакова для всех звеньев РЦФ и программно организуется в виде внутреннего операционного цикла, выполняемого  $L$  раз.

Выбирая конкретный способ синхронизации системы (в данном случае – по прерыванию сигналом синхронизации или сигналом готовности данных) и структуру РЦФ (в данном случае – каскадную на основе канонических звеньев), можно построить граф-схему алгоритма, соответствующую уровню его проблемно-ориентированного программирования (на языке высокого уровня) (рис. 12.17).

В случае прямой формы реализации звеньев базовая операция алгоритма описывается соотношениями [40]:

$$X = M(J)X; Y = B0(J)X + B1(J)X1(J) + B2(J)X2(J) - A1(J)Y1(J) - A2(J)Y2(J); \\ X2(J) = X1(J); X1(J) = X; Y2(J) = Y1(J); Y1(J) = Y; X = Y.$$

В сигнальной памяти при этом размещается массив XY из  $4L$  отсчетов внутренних сигналов  $X1(J)$ ,  $X2(J)$ ,  $Y1(J)$ ,  $Y2(J)$ ,  $J = 1, 2, \dots, L$  по адресам  $ADRXY + I$ ,  $I = 1, 2, \dots, 4L$ .

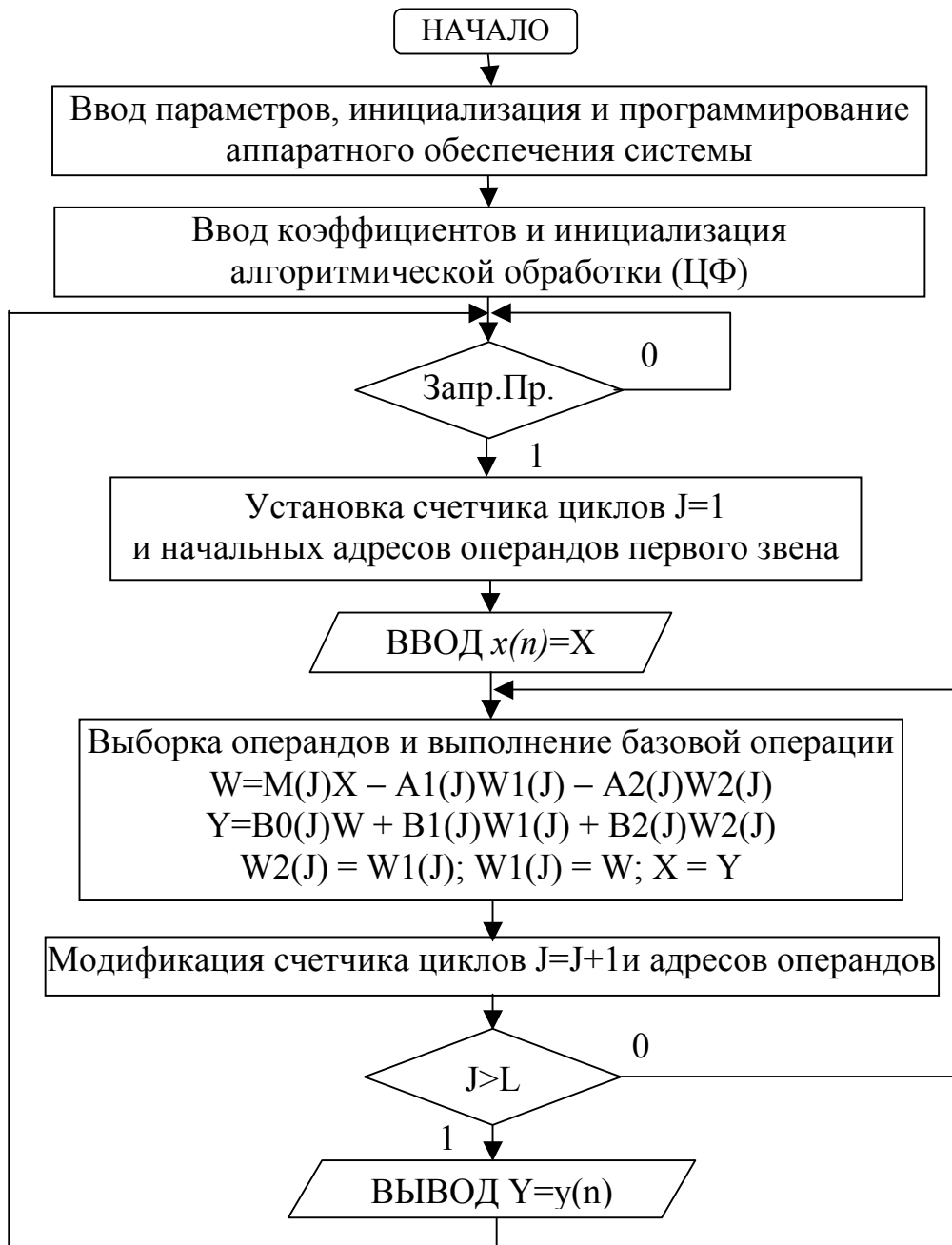


Рис. 12.17. Граф-схема алгоритма реализации РЦФ  
(уровень проблемно-ориентированного программирования)

Реализационному алгоритму обработки РЦФ и его инициализации отвечает следующее описание на условном (гипотетическом) языке высокого уровня:

```

DO 1 J=1, L
  {очистка сигнальной памяти}
1  W1(J) = 0; W2(J) = 0
  
```

```

    {для прямой формы реализации звеньев
    X1(J)=0; X2(J)=0; Y1(J)=0; Y2(J)=0}
3  WAIT IRQ
   INPUT X
   DO 2 J=1, L
2  {базовая операция}
   OUTPUT Y
   GOTO 3

```

В фигурные скобки здесь заключены комментарии к программе.

Для **нерекурсивных цифровых фильтров**, осуществляющих обработку в соответствии с математическим алгоритмом ДВС:  $y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m)$ ,

возможны два способа реализации – без сдвига сигнальной памяти и со сдвигом сигнальной памяти.

В способе **без сдвига сигнальной памяти**, которому соответствуют приведенные в [40] граф-схемы алгоритмов программной реализации рис. 2.16 и моделирования рис. 4.14, б, операндами базовой операции  $Y = Y + H(U) \cdot X(I)$  являются значения импульсной характеристики  $h(m)$  (программная переменная  $H(U)$ ) и отсчеты сигнала  $x(n-m)$  (программная переменная  $X(I)$ ), которые в памяти системы образуют массив коэффициентов  $H$  и структуру типа очередь постоянной длины (программный кольцевой буфер)  $X$  (рис. 12.18).

Массив H	АДРЕС	Очередь X	АДРЕС
$h(0)$	$ADRH + 0$	.	$ADRX + 0$
$h(1)$	$ADRH + 1$	.	$ADRX + 1$
$h(2)$	$ADRH + 2$	.	$ADRX + 2$
.	.	$x(n - N + 2)$	.
.	.	$x(n - N + 1)$	$ADRX + 1$
.	$ADRH + U$	$x(n)$	$ADRX + 10$
.	.	$x(n - 1)$	.
.	.	$x(n - 2)$	.
$h(N - 3)$	$ADRH + (N - 3)$	.	
$h(N - 2)$	$ADRH + (N - 2)$	.	$ADRX + (N - 2)$
$h(N - 1)$	$ADRH + (N - 1)$	.	$ADRX + (N - 1)$

а)

б)

Рис 12.18. Размещение в памяти операндов НЦФ

Базово-индексные адреса их элементов символически обозначены как  $ADRH + U$ ,  $U = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  и  $ADRX + I$ ,  $I = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ .



Так как значения длины импульсной характеристики  $N$  НЦФ обычно велики, то базовая операция выполняется в цикле по индексной переменной  $U$ . При этом текущий номер (индекс) элемента очереди  $I$  связан со значением  $U$  и началом очереди  $I_0$  соотношением  $I = [U + I_0]_{\text{mod}N}$ , вычисляемым по модулю  $N$ . Начало очереди  $I = I_0$  (при  $U = 0$ ) определяет положение текущего отсчета сигнала в очереди:  $X(I_0) = x(n)$ . Исходное значение  $I_0$  выбирается произвольным, например,  $I_0 = 0$ . После завершения обработки очередного отсчета сигнала ( $N$ -кратного выполнения базовой операции) значение  $I_0$  уменьшается на единицу (также по модулю  $N$ ), т. е.  $I_0 = [I_0 - 1]_{\text{mod}N}$ . Возможен также вариант обработки с инкрементированием значения  $I_0$ , если индекс  $U$  изменяется в декрементном режиме, т. е.  $U = N - 1, N - 2, \dots, 0$ . Это приводит к замещению последнего элемента очереди  $x(n - N + 1)$  новым отсчетом  $x(n)$  и изменению адреса и положения каждого отсчета сигнала  $x(n - m)$  в сигнальной памяти без ее физического сдвига, т. е. без выполнения достаточно медленных операций пересылки типа память–память. В то же время для адресации операндов в данном алгоритме необходимы два индексных регистра.

Граф-схема алгоритма реализации НЦФ без сдвига сигнальной памяти, отвечающая уровню проблемно-ориентированного программирования (на языке высокого уровня), приведена на рис. 12.19.

Реализационному алгоритму обработки НЦФ и его инициализации отвечает следующее их алгоритмическое описание на условном (гипотетическом) языке высокого уровня:

```

DO 1 I=0, N - 1
  {очистка сигнальной памяти}
1  X(I) = 0
   I0 = 0; I = I0
3  WAIT READY
   INPUT X
   X(I) = X
   Y = 0
   DO 2 I=0, N - 1
     {базовая операция}
     Y = Y + H(U)·X(I)
     IF U < N - 1 THEN I = I + 1
2  IF I = N THEN I = 0
   OUTPUT Y
   GOTO 3

```

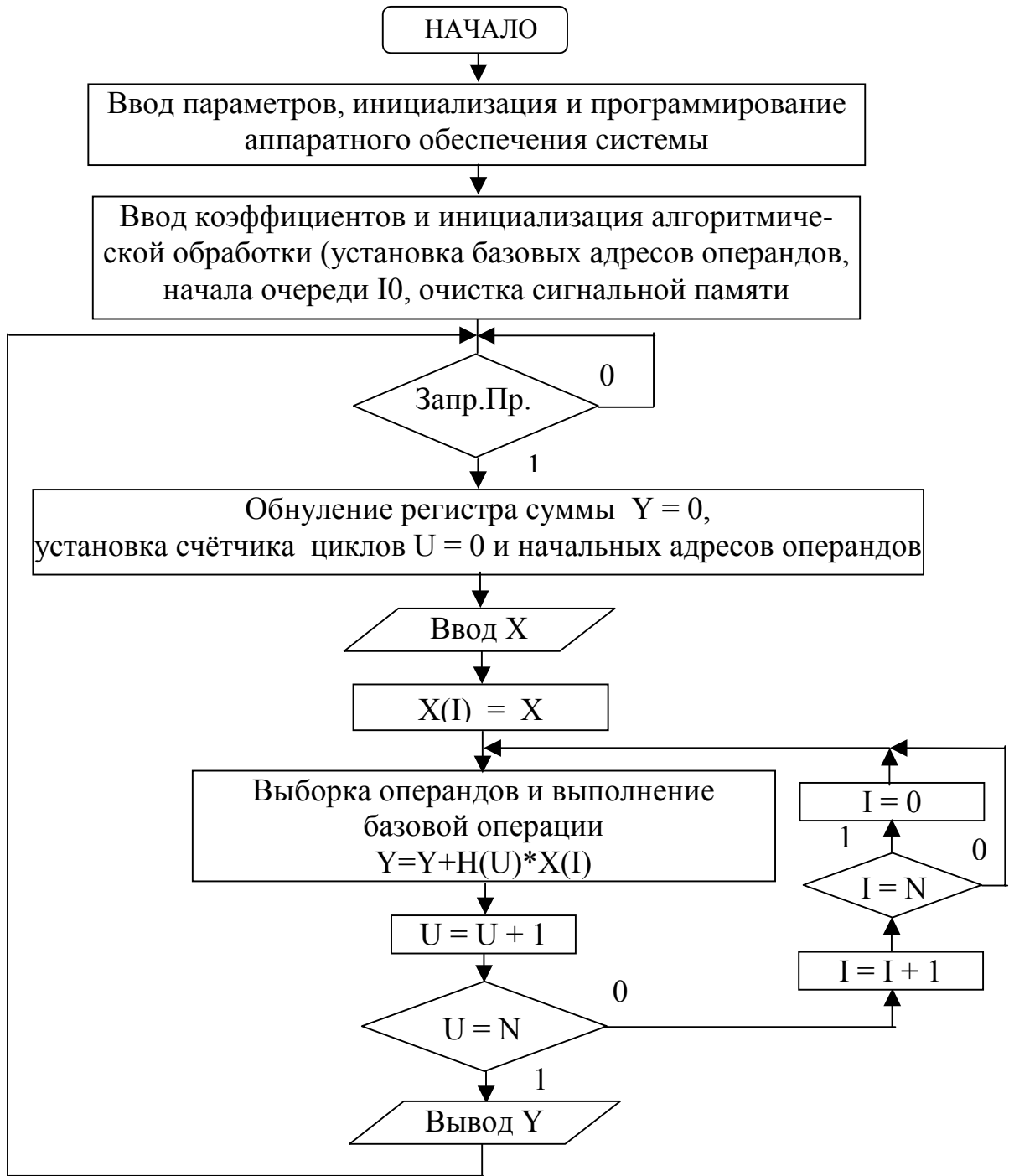


Рис. 12.19. Граф-схема алгоритма реализации НЦФ (уровень проблемно-ориентированного программирования)

Алгоритм реализации НЦФ без сдвига сигнальной памяти эффективно поддерживается в ЦСП семейства ADSP-21xx с помощью режима модульной (циклической) адресации аппаратно создаваемых в памяти кольцевых буферов [26]. Такие же возможности имеют и другие семейства ЦСП.

Варианту реализации НЦФ со сдвигом сигнальной памяти в каждом цикле базовой операции соответствует приведенная в [40] граф-схема алгоритма моделирования НЦФ рис. 4.14, а. В этом способе адреса и положение отсчетов сигнала  $x(n)$ ,  $x(n - 1)$ , ...  $x(n - N + 1)$  в сигнальной памяти является неизменным. Реализационный алгоритм обработки для него, включая и очистку сигнальной памяти, описывается на условном (гипотетическом) языке высокого уровня следующим образом:

```

DO 1 U = 0, N - 1
  {очистка сигнальной памяти}
1  X(U) = 0
  IO = 0; I = IO
3  WAIT IRQ
  INPUT X
  U = 0
  X(U) = X
  Y = H(0) · X(0)
DO 2 U = N - 1, 1
  {базовая операция}
  Y = Y + H(U) · X(U)
2  X(U) X(U - 1)
  OUTPUT Y
  GOTO 3

```

Предлагается на основе этого описания самостоятельно составить граф-схему алгоритма реализации НЦФ со сдвигом сигнальной памяти, аналогичную граф-схеме рис. 12.19.

Возможность совмещения базовой операции со сдвигом сигнальной памяти в одном командном цикле предусмотрена в ЦСП семейства TMS320Cxx, эффективно реализующих НЦФ данным способом [41].

**Написанию программ РЦФ и НЦФ** на основе граф-схем алгоритмов их высокоуровневой реализации (например, рис. 2.17, 2.19 [40]), включающих низкоуровневое программирование (т. е. программирование на языке ассемблера), предшествует выбор структуры программы – одномодульной или многомодульной и разработка (конкретизация до уровня регистров) граф-схемы реализационного алгоритма для модулей, программируемых на языке ассемблера используемого микропроцессора.

На главный модуль программы ЦФ в случае ее многомодульной реализации может быть возложена задача инициализации аппаратно-программных средств системы и управления другими модулями, например, модулем (процедурой) инициализации алгоритмической обработки, вызываемой программно, и собственно модулем (процедурой) цифровой фильтрации, вызываемой по прерыванию. Такая структура программы или с некоторыми ее модификациями возможна при реализации РЦФ и НЦФ на основе различных микропроцессорных средств. Ей соответствуют приведенные в [26] примеры

программ РЦФ и НЦФ на основе ЦСП семейства ADSP-21xx, все модули которых написаны на языке ассемблера процессоров этого семейства.

Примеры разработки одномодульных программ ЦФ для различных микропроцессорных средств, в том числе сигнальных процессоров, можно найти в [31, 32, 36, 41, 42].

Рассматриваемые ниже примеры программирования ЦФ относятся к микропроцессорам семейства i80x86 и могут быть использованы при реализации их на ПК IBM PC.

#### 12.3.5. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ЯЗЫКЕ АССЕМБЛЕРА МИКРОПРОЦЕССОРОВ I80x86 И ПК IBM PC

**Исходными данными** для разработки программы являются:

форма реализации фильтра – каскадная;

форма реализации звеньев – каноническая;

число звеньев  $L = 4$ ;

коэффициенты звеньев и масштабные множители:

Звено	$t$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$-a_1$	$-a_2$
1	0,043	1	0	-1	1,44931	-0,912677
2	0,12	1	0	-1	1,270373	-0,9010536
3	0,062	1	0	-1	1,588006	-0,9670215
4	0,33	1	0	-1	1,155432	-0,9551901

Частота дискретизации  $f_d = 2000$  Гц.

В качестве процессора ЦОС используется ПК IBM PC, функции аналого-цифрового интерфейса выполняет блок АРМЭКС-МЗ, описание архитектуры и библиотеки ассемблерных процедур которого приводится в [46]. Блок сопрягается с ПК через системную магистраль ISA, его программно-доступные элементы находятся в адресном пространстве устройств ввода-вывода ПК и имеют базовый адрес 0300h (в 16-ричной системе).

Используемая синхронизация ввода-вывода и обработки данных – внутренняя аппаратная, способ ввода данных – программно управляемый, асинхронный (по готовности данных), способ вывода данных – программно управляемый, синхронный.

Общая структура микропроцессорной системы ЦОС и граф-схема алгоритма ее работы соответствует рис. 12.11, 12.14.

Разрядности отчетов входного сигнала (АЦП)  $q_x = 10$  бит, выходного сигнала (ЦАП)  $q_y = 12$  бит, коэффициентов фильтра  $q_k = 16$  бит, внутренних сигналов фильтра  $q_c = 16$  бит. Для отчетов сигнала принимаем дробный формат 1.0.15 (число разрядов дробной части  $q_{dc} = 15$  бит), для коэффициентов – смешанный 1.1.14 (число разрядов дробной части  $q_{dk} = 14$  бит, целой части  $q_{ck} = 1$  бит). Старший бит кода является знаковым.

Преобразуем коэффициенты фильтра к целочисленному формату языка ассемблера IBM PC умножением их на число  $2^{14} = 16384$  и взятием целой части произведения. Получаем следующие целочисленные значения коэффициентов:

Звено	M	B0	B1	B2	-A1	-A2
1	704	16384	0	-16384	23745	-14953
2	1966	16384	0	-16384	20814	-14763
3	1016	16384	0	-16384	26018	-15844
4	5407	16384	0	-16384	18932	-15650

В качестве исходной для разработки программного обеспечения принимаем граф-схему высокоуровневого реализационного алгоритма РЦФ рис. 12.17.

Размещаем отсчеты сигнала и коэффициенты фильтра в оперативной памяти процессора в виде массивов W и K согласно табл. 12.2, 12.3 в удобном для адресации порядке. Так как коэффициенты всех звеньев  $b_0$  равны 1 ( $B0 = 16384$ ), то в массив коэффициентов они не записываются.

Таблица 12.2.

Номер элемента массива	Обозначение	Адрес	
		базовый	смещение
1	W21	Sig	0
2	W11		2
3	W22		4
4	W12		6
5	W23		8
6	W13		10
7	W24		12
8	W14		14

Таблица 12.3.

Номер элемента массива	Обозначение	Адрес	
		базовый coef	смещение
1	M1		0
2	-A21		2
3	-A11		4
4	B21		6
5	B11		8
6	M2		10
7	-A22		12

8	–A12	14
9	B22	16
10	B12	12
-----		
11	M3	20
12	–A23	22
13	–A13	24
14	B23	26
15	B13	28
-----		
16	M4	30
17	–A24	32
18	–A14	34
19	B24	36
20	B14	38

Выбираем базовую адресацию для коэффициентов и адресацию строк данных для отсчетов сигнала (косвенная регистровая адресация с автоувеличением).

Распределяем регистры микропроцессора: SI – базовый регистр адресов коэффициентов; DI – регистр-указатель адреса отсчетов сигнала; CX – счетчик циклов; BX – регистр накопитель сумм произведений.

Так как инициализация и программирование аппаратных средств системы осуществляются в данном случае с помощью готового программного обеспечения блока АРМЭКС, то далее на общей граф-схеме алгоритма реализации ЦФ рис. 12.17 до определения реализующих ее программных модулей можно конкретизировать (раскрыть более подробно) операции, относящиеся к алгоритмической обработке сигнала, до уровня, отвечающего программированию на языке ассемблера. Такая развернутая граф-схема алгоритма реализации РЦФ приведена на рис. 12.20.

Образующийся после каждой операции умножения формат произведения 2.1.29 преобразуется к принятому формату сигнала 1.0.15 путем его сдвига на 2 разряда влево и усечения 16 младших бит. Если произведение по модулю не превышает 1, то бит его целой части соответствует знаку произведения.

Программу реализации ЦФ удобно выполнить в виде трех модулей: главного модуля M1 (FILTER.ASM), модуля M2 алгоритмической обработки (RF.ASM) и модуля M3 взаимодействия с аналого-цифровым интерфейсом (M3\_NEW.ASM), который в виде библиотеки ассемблерных процедур входит в состав программного обеспечения блока АРМЭКС. Модуль M3 включает необходимые для реализации ЦФ процедуры общей инициализации блока SNT\_Init, установки частоты дискретизации и пуска АЦП ADC\_Set, ввода данных с буфера АЦП ADC\_InpD с проверкой их готовности и вывода данных на ЦАП DAC\_OutD. Процедуры имеют параметры и возвращаемые значения, которые, как правило, передаются через стек.

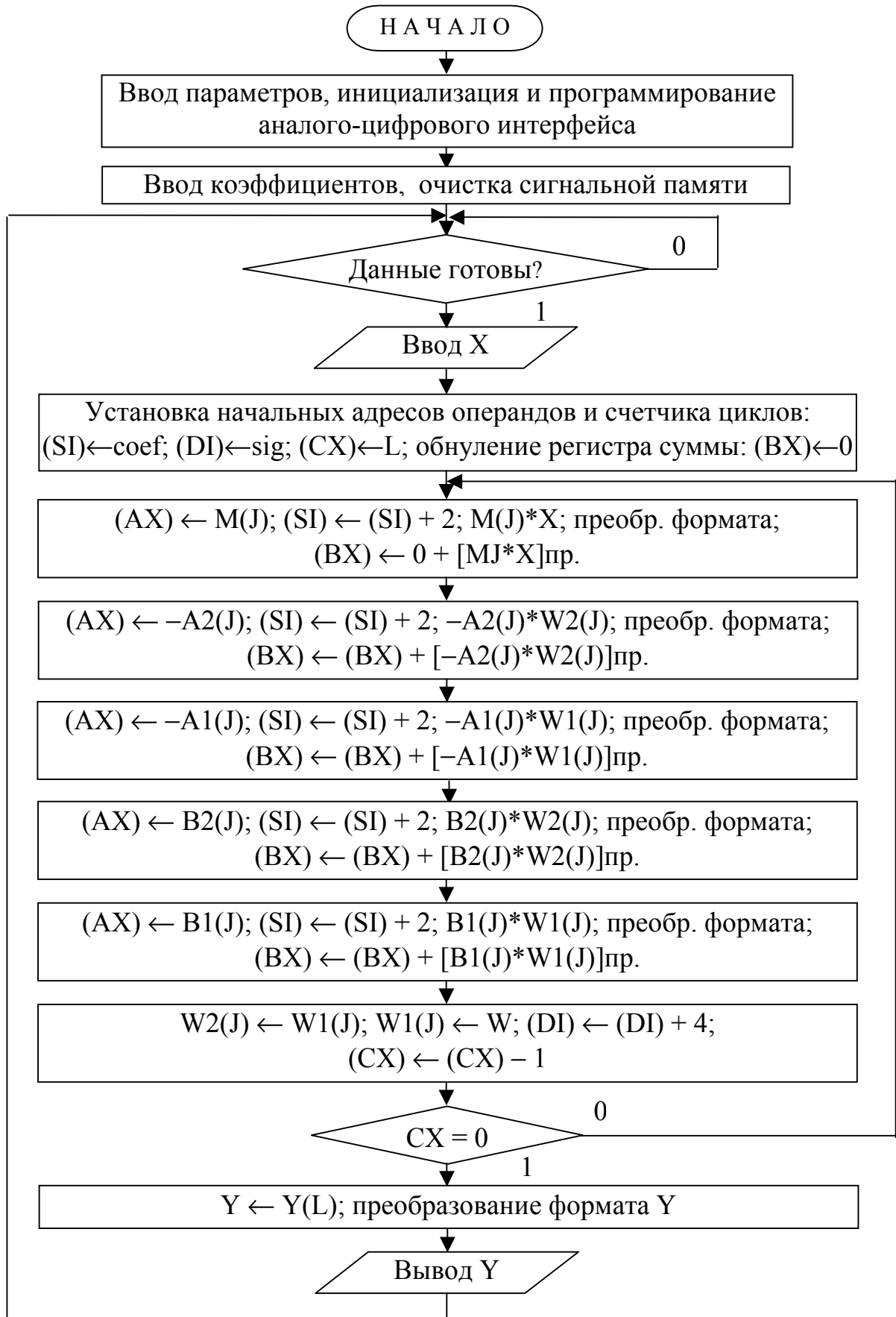


Рис. 12.20. Развернутая граф-схема алгоритма реализации РЦФ

При программировании на языке ассемблера процедуры объявляются следующим образом:

```
SNT_INIT PROC; общая инициализация блока
ADC_SET PROC ARG K_DIV: word; установка частоты дискретизации,
;разрешение пуска АЦП; параметр K_DIV =  $[1600/f_d, \text{кГц}]_{\text{ц.ч}}$ 
ADC_InpD PROC RETURNS X: word; ввод данных с буфера АЦП
;с проверкой готовности данных ; возвращает значение X
RF PROC ARG X: word RETURNS Y: word; параметр – отсчет входного
сигнала X, возвращаемое значение – отсчет выходного сигнала Y
DAC_Code PROC ARG Y: word; вывод данных на ЦАП; параметр Y –
;выводимое значение сигнала
```

Заданному значению частоты дискретизации  $f_d = 2000$  Гц отвечает значение коэффициента деления  $K\_DIV = 1600/2 = 800$ , передаваемое в процедуру ADC\_SET.

Процедура ADC\_InpD имеет следующий исходный текст:

```
ADC_InpD PROC RETURNS X: word
public ADC_InpD
    mov DX, ADC_CSR ; адрес регистра состояния буфера АЦП
Not_Rdy: in AL, DX ; ввод кода состояния
    mov BL, AL
    and BL, 80H ; выделение бита готовности данных
    jz Not_Rdy ; цикл ожидания готовности данных
    and BL, 01H ; маскирование бита переполнения
    jnz exit 1 ; выход из программы при переполнении буфера
    mov DX, ADC_Dat ; адрес регистра (буфера) данных АЦП
    in AX, DX ; ввод отсчета сигнала из буфера
    sub AX, ADC_Nul ; вычитание кода нуля – преобразование
;к дополнительному коду
    sal AX, 6 ; сдвиг влево
    mov X, AX ; запись отсчета в стек
    ret
ADC_InpD ENDP
```

В процедуре ввода наряду с готовностью данных осуществляется также проверка переполнения буфера данных АЦП, которое приводит к потере данных. Оно возможно, когда частота дискретизации превышает максимальное значение, которое определяется суммарным временем ввода, вывода и обработки данных. Переполнение вызывает выход из программы. В этом случае необходимо понизить частоту дискретизации  $f_d$ :  $f_d = 1600/K\_DIV$  путем изменения значения константы K\_DIV.



Используя указанные процедуры, можно написать основную программу (главный модуль M1) на языке ассемблера ПК IBM PC.

```

name FILTER.ASM
.model TPASCAL
K_div = 800
.code
    extrn SNT_INIT
    extrn ADC_Set
    extrn ADC_InpD
    extrn FLT
    extrn DAC_Code
.startup
    call Snt_Init
    push K_div
    call ADC_Set
NEXT: call ADC_InpD
    call FLT
    call DAC_Code
    jmp NEXT
.exit 0
END

```

Коэффициенты ЦФ задаются непосредственно в модуле M2 или вводятся из файла коэффициентов.

На основе развернутой граф-схемы реализационного алгоритма рис.12.20 составляем программу модуля РЦФ RF.ASM. Ее текст приведен ниже.

```

Модуль FLT.ASM
name RF.ASM
.model tpascal
.code
    include coef.rf ; в файле записан массив коэффициентов РФ
                    ; coef типа dw и константа L – число звеньев
    sig dw 4*L dup (0) ; массив отсчетов сигнала  $w_f(n-2)$ ,  $w_f(n-1)$ 
public RF
RF proc near X: word returns Y: word
    uses ds, es, sp, bp
    mov DI, offset sig ; установка в DI адреса массива W
    mov SI, offset coef ; установка в SI адреса массива K
    cld ; автоинкремент SI
    mov CX, L ; установка счетчика звеньев
    xor BX, BX ; обнуление накапливающего регистра

```

```

lodsw                ; (AX) ← mJ; (SI) ← (SI) + 2;
imul word ptr X ; (DX) (AX) ← mJ*xJ(n)
shr AX, 14 ; выталкивание вправо 14 младших разрядов произведения
shl DX, 2 ; выталкивание влево 2 старших разрядов произведения и
add DX, AX ; добавление 2-х разрядов из регистра AX; эти команды
; осуществляют коррекцию формата произведений
add BX, DX ; (BX) ← (BX) + mJ*xJ(n)
lodsw                ; (AX) ← -a2J; (SI) ← (SI) + 2;
imul word ptr [DI] ; -a2J * wJ(n - 2)
shr AX, 14 ; ограничение разрядности и
shl DX, 2 ; коррекция формата
add DX, AX ; произведения
add BX, DX ; (BX) ← (BX) - a2J * wJ(n - 2)
lodsw                ; (AX) ← -a1J; (SI) ← (SI) + 2;
imul word ptr [DI+2] ; -a1J * wJ(n - 1)
shr AX, 14 ; ограничение разрядности и
shl DX, 2 ; коррекция формата
add DX, AX ; произведения
add BX, DX ; (BX) ← (BX) - a1J * wJ(n - 1) = wJ(n)
push BX ; сохранение wJ(n) в стеке
lodsw                ; (AX) ← b2J; (SI) ← (SI) + 2;
imul word ptr [DI] ; b2J * wJ(n - 2)
shr AX, 14 ; ограничение разрядности и
shl DX, 2 ; коррекция формата
add DX, AX ; произведения
add BX, DX ; (BX) ← wJ(n) + b2J * wJ(n - 2)
lodsw                ; (AX) ← b1J; (SI) ← (SI) + 2;
imul word ptr [DI+2] ; b1J * wJ(n - 1)
shr AX, 14 ; ограничение разрядности и
shl DX, 2 ; коррекция формата
add DX, AX ; произведения
add BX, DX ; (BX) ← (BX) + b1J * wJ(n - 1) = yJ(n)
mov X, BX ; X ← yJ(n)
mov AX, word ptr [DI+2] ; (AX) ← wJ(n - 1)
mov word ptr [DI], AX ; wJ(n - 2) ← wJ(n - 1)
pop AX ; (AX) ← wJ(n)
mov word ptr [DI+2], AX ; wJ(n - 1) ← wJ(n)
add DI, 04 ; установка адреса wJ+1(n - 2)
loop ; (CX) ← (CX) - 1; переход к обработке отсчета
; сигнала следующим звеном
shr BX, 4 ; преобразование Y к выводу на 12 разрядный ЦАП
add BX, 2048

```

```

mov Y, BX      ; запись возвращаемого значения Y в стек
ret
RF ENDP

```

Коэффициенты фильтра передаются в программу из файла `coef.rf` (директива `include`). Структура этого файла имеет вид:

```

L = < число звеньев >;
coef dw <M1>   ; масштабный множитель 1-го звена.
      dw <-A21> ; коэффициент  $-a_2$  1-го звена
      dw <-A11> ; коэффициент  $-a_1$  1-го звена
      dw <B21>  ; коэффициент  $b_2$  1-го звена
      dw <B11>  ; коэффициент  $b_1$  1-го звена
      .
      dw <B1L>  ; коэффициент  $b_1$  L-го звена

```

Можно текст этого файла непосредственно включить в программу `RF.ASM` вместо директивы `include`.

Оцениваем реальное быстродействие ЦФ путем подсчета максимального числа тактов на один отсчет выходного сигнала обрабатывающей части программы, начиная с метки `NEXT`. В данном случае  $n_T = 82 + 932 \cdot L$ . Время обработки  $T_{\text{обр}} = n_T / F_T$ ,  $F_T$  – тактовая частота процессора. Для микропроцессора `i80386` примем  $F_T = 16$  МГц.

Подставляя  $L = 4$ , получаем  $T_{\text{обр}} \approx 4000/16 \approx 250$  мкс. Максимальное значение частоты дискретизации  $f_{d \text{ max}} \approx 1 / T_{\text{обр}} = 4$  кГц.

### 12.3.6. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ НЕРЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ЯЗЫКЕ АССЕМБЛЕРА МИКРОПРОЦЕССОРОВ I80x86 И ПК IBM PC

**Исходными данными** для разработки программы НЦФ являются:

длина импульсной характеристики  $N$ ;

способ ввода импульсной характеристики (коэффициентов фильтра) – из файла;

частота дискретизации  $f_d = 250$  Гц.

Фильтр реализуется на тех же аппаратно-программных средствах, что и РЦФ в примере 12.3.5, использует те же способы синхронизации и ввода-вывода данных, имеет те же разрядности отсчетов сигнала и коэффициентов. Так как коэффициенты для НЦФ по модулю меньше 1, они представляются в дробном формате 1.0.15. Преобразование коэффициентов (импульсной характеристики) к целочисленному представлению выполняется умножением на  $2^{15}$  и взятием целой части произведения.

Формат произведений 2.0.30 преобразуется к 1.0.15 путем сдвига влево на 1 бит и отбрасывания 16 младших разрядов.

Выбираем для реализации НЦФ алгоритм без сдвига сигнальной памяти. Ему соответствует общая граф-схема алгоритма рис. 12.19 и размещение

данных в памяти согласно рис.12.18 (для базовых адресов операндов используем как и для РЦФ символические имена coef и sig).

Принимаем базовую адресацию для отсчетов сигнала (регистр DI) и адресацию строк данных для коэффициентов (регистр SI). Накопление сумм произведений выполняем в регистре BX. В результате получаем развернутую граф-схему реализационного алгоритма рис. 12.21.

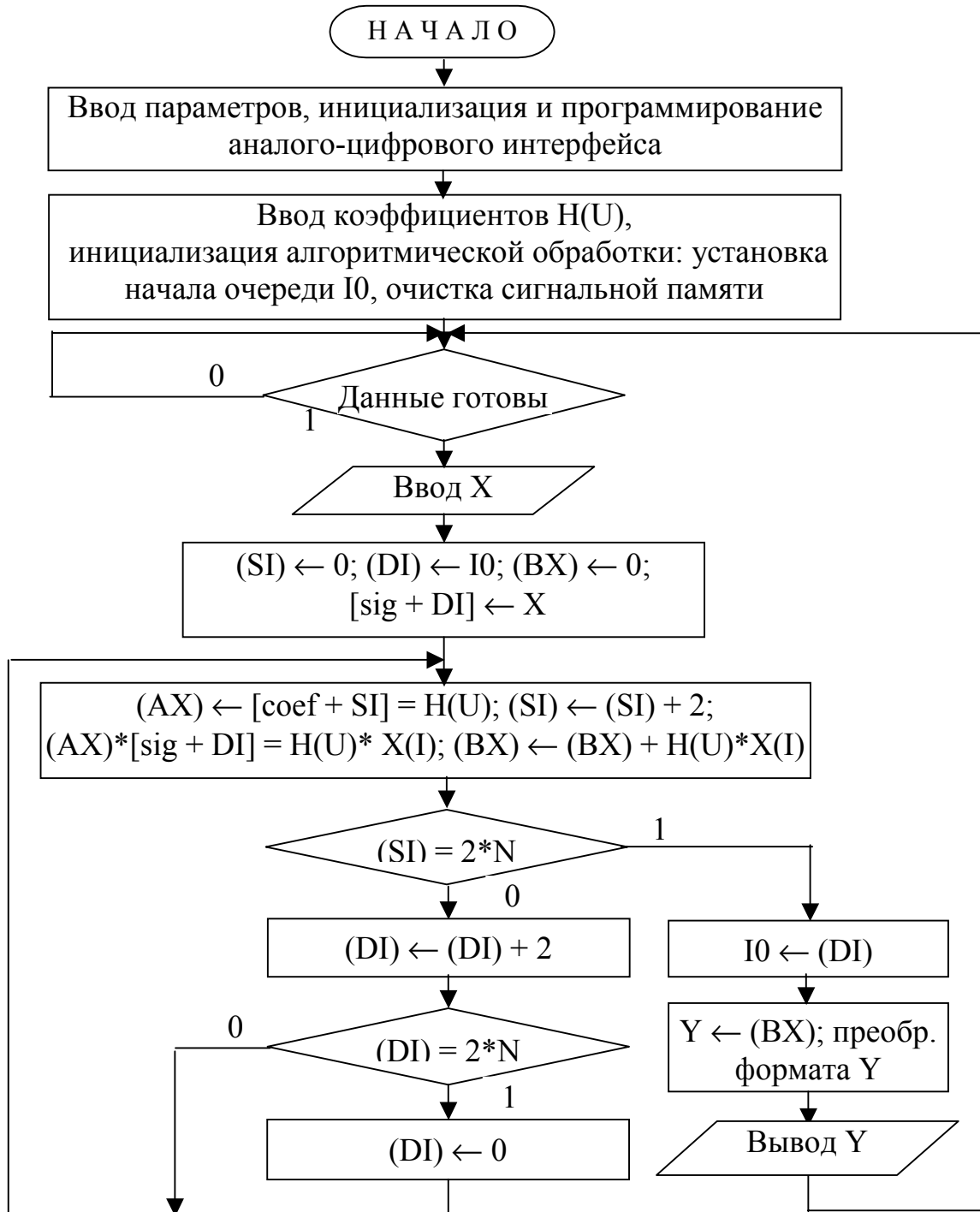


Рис. 12.21. Развернутая граф-схема реализационного алгоритма НЦФ

Программу НЦФ реализуем в виде трех программных модулей. Главный модуль M1 и модуль M3 аналого-цифрового интерфейса, определенные в примере 12.3.5, являются общими для НЦФ и РЦФ. Модулю алгоритмической обработки M2 NF.ASM соответствует вызываемая из главного модуля процедура NF PROC с теми же параметром X и возвращаемым значением Y, что и в процедуре RF PROC. Исходный текст этой процедуры, написанной на основе развернутой граф-схемы алгоритма рис. 12.21, приводится ниже.

```

name NF.ASM
.model tpascal
.code
include coef.nf          ; в файле записаны массив коэффициента
                        ; НФ coef типа dw и константа
                        ; N – длина ИХ фильтра
sig dw 2*N dup(0)      ; массив (типа очередь) отсчетов сигнала x(n – m)
Q dw (0)
public FLT

    FLT proc near X: word RETURNS Y: word
    uses ds, es, bp, sp
    mov DI, Q
    mov SI, 0
    xor BX, BX
    mov AX, X
    mov word ptr [sig + DI], AX
M3:  mov ax, word prt [coef + SI]
    imul word prt [sig + DI]
    add BX, DX
    add SI, 2
    cmp SI, 2*N
    jz M1
    add DI, 2
    cmp DI, 2*N
    jnz M2
    mov DI, 0
M2:  jmp M3
M1:  mov Q, DI
    shr BX, 3
    add BX, 2048
    mov Y, BX
    ret
    FLT ENDP

```

Структура файла коэффициентов имеет вид:

```

N=<длина ИХ>
coef dw <h (0)>
dw <h (1)>
:
dw <h (N -1)>

```

Оцениваем реальное быстродействие НЦФ: число тактов процессора в обрабатываемой части программы  $n_T \approx 110 + 220 \cdot N$ , время обработки  $T_{обр} = n_T / F_T$ , где  $F_T$  – тактовая частота процессора. При  $F_T = 16$  МГц  $T_{обр} = 7,0 + 13,7 \cdot N$ , мкс. Для  $N = 200$  получаем:  $T_{обр} = 281$  мкс. Максимальное значение частоты дискретизации  $f_{д\ max} \approx 3.5$  кГц.

### 12.3.7. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ НА ЯЗЫКАХ ТУРБО ПАСКАЛЬ–АССЕМБЛЕР

При гибридном программировании ЦФ [43] основная программа пишется на языке Турбо Паскаль, а программные модули М2 и М3 включаются в нее с помощью директив `{ $ L FLT.obj }` и `{ $ L M3_NEW.obj }`.

Используемые основной программой процедуры модулей М2, М3 объявляются как внешние.

Применение языка высокого уровня позволяет сделать программу более универсальной за счет организации диалогового ввода коэффициентов фильтра путем чтения соответствующего им файла и диалогового ввода параметров аналого-цифрового интерфейса с клавиатуры. Это можно реализовать с помощью дополнительных процедур FLT\_COEF и AD\_PRM, которые предлагается написать самостоятельно.

Возможный вариант такой программы при реализации ЦФ на базе блока АРМЭКС и ПК IBM PC имеет следующий вид.

```

{ $A+, B-, D+, E+, F-, I-, L+, N+, O-, R+, S-, V+ }
{ $M 65500, 0, 655360 }

PROGRAM FILTER.PAS
  const
    FC = `coef.rf`
  type
    masc = ARRAY [0...255] of word;
  var
    K_div, Fd: word; L: BITE;
    coef: masc
  label NEXT;

PROCEDURE FLT_COEF (var coef: masc; var L: BITE; FC: char);
  begin
    {чтение файла коэффициентов фильтра};

```

```

end;
PROCEDURE AD_PRM (var K_div: word; Fd: word);
begin
    {ввод с клавиатуры значения частоты}
    {дискретизации Fd в герцах}
end;
{$L FLT.obj}
{$L M3_NEW.obj}

PROCEDURE Snt_Init; external;
PROCEDURE ADC_Set; external; (K_div: word)
PROCEDURE ADC_InpD; external; (var X: word)
PROCEDURE FLT; external; (X: word; var Y: word)
PROCEDURE DAC_Code; external; (Y: word)

begin
    FLT_COEF (coef: masc; L: BITE; FC: char);
    AD_PRM (K_div: word; Fd: word);
    Snt_Init;
    ADC_Set (K_div: word);
NEXT: ADC_InpD (X: word);
    FLT (X: word; Y: word);
    DAC_Code (Y: word);
    GOTO NEXT;
end.

```

Следует также отметить, что все внешние ассемблерные процедуры должны сохранить в стеке регистры BP, SP, SS и DS в самом начале своей работы и восстановить их содержимое перед возвратом управления программе на Турбо Паскале. В программном модуле FLT.ASM необходимо также объявить переменную coef как внешнюю:

```

coef dw dup(?)
extrn coef

```

#### 12.4. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЦИФРОВЫХ СИГНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОРОВ

По **определению** ЦСП – это класс МПС, аппаратно и программно ориентированных (оптимизированных) на задачи ЦОС. ЦСП являются мощными ускорителями и для персональных компьютеров при сложной обработке (трёхмерная графика, аудио, видео, обработка изображений, т. е. в мультимедийных приложениях).

Возможна следующая **классификация** ЦСП:

общего назначения и специализированные (аудио, видео, Фурье-процессоры и др);

со встроенными и без встроенных средств аналогового ввода-вывода (АЦП, ЦАП) или кодеков (сигма-дельта модуляторов или широтно-импульсных модуляторов (ШИМ));

с фиксированной точкой (Fixed Point) и плавающей точкой (Floating Point);

с различной разрядностью (точностью обработки): 16, 24, 32, 40, 80 бит и др.

К **отличительным признакам ЦСП** (общего назначения) относятся следующие.

**Гарвардская архитектура:** ей соответствует раздельная память команд (программ) и данных и, соответственно, раздельные шины команд и данных, допускающие их одновременную выборку. Реально в ЦСП используется модифицированная Гарвардская архитектура, допускающая частичное размещение данных (констант) в памяти команд. В фон-Неймановской архитектуре используется общая память программ и данных, доступ к которой осуществляется по общей шине команд и данных.

**Наличие аппаратного умножителя и циклического сдвигателя,** т. е. трёх арифметических устройств (включая АЛУ).

**Короткий командный цикл** (от 100 до 30 нс), причём большинство или все команды выполняются за один командный цикл, в том числе и условные переходы.

**Время обработки не зависит от обрабатываемых данных,** что важно для программной синхронизации систем ЦОС.

**Конвейерный режим работы,** т. е. одновременное выполнение двух и более команд на разных этапах: выборка команды, декодирование, выбор операндов, исполнение, в том числе одновременная выборка двух операндов.

**Развитые средств поддержки режима реального времени** (таймеры, контроллеры прерываний, ПДП) для обеспечения программной или аппаратной синхронизации, а также средства межпроцессорной связи, связи с ЭВМ верхнего уровня (ХОСТ-процессором), последовательные и параллельные порты ввода-вывода.

**Многооперационные сложные команды,** реализующие базовую операцию ЦОС – накопление сумм произведений за один командный цикл.

Например, ЦСП семейства TMS320 реализуют базовую операцию НЦФ (КИФ-фильтра) с помощью двух таких команд (инструкций):

RPTK255 ; повторить 256 раз

MACD ; выполнить умножение, накопление ( $Y=Y+K*X$ ),  
; сдвиг сигнальной памяти, модификацию адресов.

**Общая архитектура ЦСП,** отражающая их особенности, приведена на рис. 12.22.

Устройство управления (УУ) осуществляет здесь генерацию адресов, дешифрацию команд, формирование сигналов управления (вводом, выводом, прерываниями и т. д.). Архитектуры конкретных семейств ЦСП в значитель-



ной мере отвечают общей архитектуре рис. 12.22 (например, базовая архитектура ЦСП ADSP 21xx [26]).

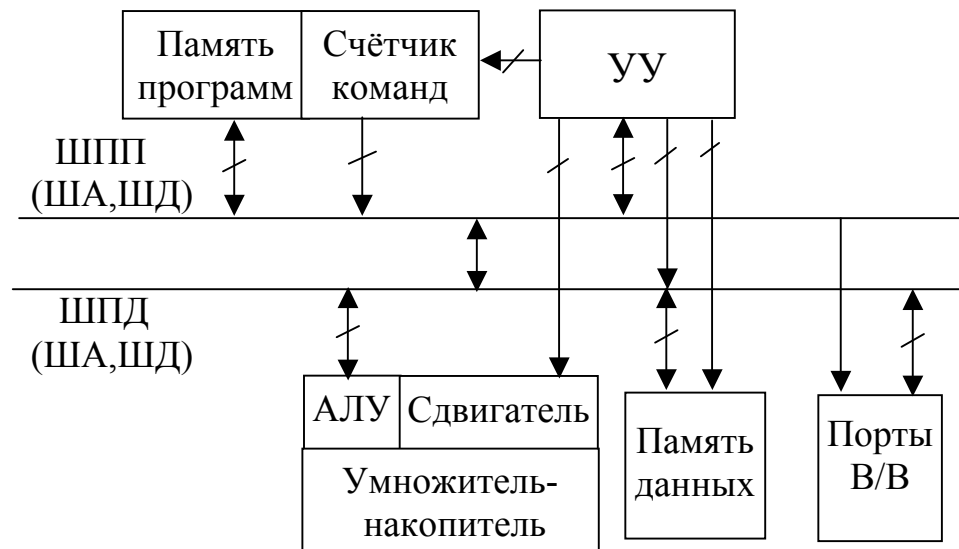


Рис. 12.22. Общая архитектура ЦСП

**ЦСП появились** в начале 80-х годов. **Ведущими фирмами-производителями** их являются: Texas Instruments, Motorola, Analog Devices, Philips, NEC, National, AT&T Microelectronics.

К **наиболее популярным семействам ЦСП** относятся [38]:

TMS 320Cxx (10,20,30,40,50,...80) (фирма Texas Instruments);

ADSP 21xx, ADSP 21xxx (фирма Analog Devices);

DSP 56xxx, DSP 96xxx (фирма Motorola);

DSP 16, DSP 32 (фирма AT&T Microelectronics).

Они включают ЦСП как с фиксированной точкой, так и не уступающие им по быстродействию ЦСП с плавающей точкой, появившиеся в конце 80-х годов. В ЦСП TMS320C50 впервые реализована кольцевая (модульная) адресация памяти, позволяющая одновременно создавать 2 кольцевых буфера и эффективно вычислять свёртки и корреляции.

Наиболее мощным в настоящее время считается ЦСП TMS320C80, называемый Multimedia Video Processor (MVP). Его суммарная производительность на регистровых операциях до  $2 \cdot 10^9$  опер/сек. Он содержит четыре 32-разрядных процессора с фиксированной точкой и один управляющий RISC-процессор с блоком арифметики с плавающей точкой. Степень интеграции составляет 4 млн. транзисторов на одном кристалле. Напряжение питания 3 В, 5 В, имеется «спящий» режим работы.

К высокопроизводительным относятся также ЦСП с плавающей точкой ADSP-21060 (SHARK процессор – Super Harvard Architecture Computer) и семейство 32-битовых процессоров с фиксированной и плавающей точкой

ADSP-2116x. Последние имеют пиковую производительность 600 Мфлопс при тактовой частоте 100 МГц.

**Реализационные возможности ЦСП** при решении задач ЦОС характеризуются табл. 12.3 на примере сигнальных процессоров ADSP-2100 (с фиксированной точкой) и ADSP-21020 (с плавающей точкой).

Таблица 12.3

Вид обработки	ADSP-2100	ADSP-21020
КИХ-фильтр	60 нс/отвод	40 нс/отвод
Биквадратное звено	420 нс	200 нс
1024-точечное БПФ	2,07 мс	0,77 мс

Для сравнения процессор i486DX2 выполняет 1024-точечное БПФ за 20 мс.

В системах связи ЦСП ADSP-2100 имеет следующие реализационные характеристики (табл. 12.4):

Таблица 12.4

Вид обработки	Время обработки	Загрузка
Детектор Витерби	141 мкс	34%
Эхо-компенсатор	23 мкс	5,5%
32-QAM модулятор	3,6 мкс	1%
32-QAM демодулятор	3,6 мкс	1%

Существуют многочисленные **средства поддержки и автоматизации проектирования аппаратного и программного обеспечения ЦСП**. Они разделяются на программные и аппаратные.

**Программные средства** – это ассемблер, симулятор, С-компилятор, отладчик, библиотекарь и др; **аппаратные** – демонстрационные и оценочные модули (платы); внутрисхемный эмулятор; полномасштабный эмулятор.

К возможным способам и средствам **автоматической генерации программ** для ЦСП относятся:

использование библиотек;

использование кодогенераторов – специальных программ, генерирующих код ЦСП по описанию реализуемого алгоритма. (в процессе синтеза систем ЦОС, например, цифровых фильтров: программы FDAS2K1, DFDP);

использование компиляторов языков высокого уровня (С) или проблемно-ориентированных языков, например, языка SIG [44].

Более подробную информацию по сигнальным процессорам можно получить в [26, 41, 45], а также в Интернет на сайтах ведущих фирм-производителей.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каковы основные задачи, способы и средства реализации ЦОС?
2. В чем заключаются принципы конвейерной обработки, распараллеливания и временного разделения и как они используются при реализации ЦОС?
3. Что понимается под реализационным алгоритмом обработки? Приведите примеры алгоритмов аппаратной и аппаратно-программной реализации ЦОС.
4. Какова общая структура процессора ЦОС?
5. Как реализуются НЦФ на основе жесткой логики и ПЛИС?
6. Как реализуются РЦФ на основе жесткой логики и ПЛИС?
7. Каковы основные компоненты и структура МПС ЦОС?
8. Как обеспечивается обработка сигналов в режиме реального времени в МПС ЦОС?
9. В чем заключается и как реализуется программная синхронизация МПС ЦОС?
10. В чем заключается и как реализуется аппаратная синхронизация МПС ЦОС?
11. В чем суть алгоритма аппаратно-программной реализации НЦФ без сдвига сигнальной памяти?
12. В чем суть алгоритма аппаратно-программной реализации НЦФ со сдвигом сигнальной памяти?
13. Какие форматы чисел используются при аппаратно-программной реализации ЦОС и как они преобразуются в процессе обработки?
14. Как осуществляется ограничение разрядности и коррекция формата произведений при цифровой обработке?
15. Как осуществляется переход к целочисленному формату при программировании процессоров, реализующих операции целочисленной арифметики?
16. Какими способами возможна разработка программного обеспечения МПС ЦОС?
17. Каковы возможные структуры реализационного программного обеспечения МПС ЦОС?
18. Как используется принцип модульного программирования при аппаратно-программной реализации ЦОС?
19. Каковы основные способы повышения быстродействия МПС ЦОС?
20. Как осуществляется аппаратно-программная реализации РЦФ?
21. Каковы отличительные признаки ЦСП и их общая архитектура?
22. Какие реализационные характеристики имеют современные ЦСП?
23. Какие средства используются для автоматизации и поддержки проектирования аппаратного и программного обеспечения систем на основе ЦСП?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гоноровский И. С., Демин М. П. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. пособие. М.: Радио и связь, 1994.
2. Марпл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Пер. с англ. М.: Мир, 1979.
4. Хэррис Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье. ТИИЭР, т. 66, №1, 1978.
5. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2 т. Т. 1. М.: Мир, 1983.
6. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2 т. Т. 2. М.: Мир, 1983.
7. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник. М.: Радио и связь, 1985.
8. Глинченко А. С. Методы синтеза и измерения параметров гармонических сигналов в режиме когерентной выборки // Спутниковые системы связи и навигации. Т. 3. Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997.
9. Глинченко А. С. Методы синтеза и когерентного ввода полигармонических измерительных сигналов // Спутниковые системы связи и навигации. Т. 3. Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997.
10. Глинченко А. С. Измерение частотных характеристик линейных объектов с помощью полигармонических сигналов // Спутниковые системы связи и навигации. Т. 3. Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997.
11. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике / Под ред. Л. М. Гольденберга. М.: Радио и связь, 1986.
12. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979.
13. Шрюфер Э. Обработка сигналов. Киев: Либідь, 1995.
14. Введение в цифровую фильтрацию сигналов / Под ред. Р. Богнера, А. Константиноидиса. М.: Мир, 1976.
15. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М.: Радио и связь, 1980.
16. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Под ред. Т. С. Хуанга. М.: Радио и связь, 1984.
17. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М.: Связь, 1980.
18. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1990.
19. Кузьмин С. З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. М.: Радио и связь, 1986.

20. Справочник по устройствам цифровой обработки информации / Под ред. В. Н. Яковлева. Киев: Техника, 1988.
21. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике. М.: Мир, 1991.
22. Никамин В. А. Форматы цифровой звукозаписи. С-Пб.: Элби, 1998.
23. Смирнов Д. С., Логутенко О. И. Аппаратные средства мультимедиа. Аудиосистема РС. С-Пб.: ВHV, 1999.
24. Рабинер Л., Шафер Р. Цифровая обработка речевых сигналов / Пер.с англ. М.: Радио и связь, 1981.
25. Стил Р. Принципы дельта-модуляции. М.: Связь, 1979.
26. Глинченко А. С., Голенок А. И. Принципы организации и программирования сигнальных процессоров ADSP-21xx: Учебно-методическое пособие. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2000.
27. Побережский Е. С. Цифровые радиоприемные устройства. М.: Радио и связь, 1986.
28. Цифровые радиоприемные системы / Под ред. М. И. Жодзишского. М.: Радио и связь, 1990.
29. Шварцман В. О., Емельянов Г. А. Теория передачи дискретной информации. М.: Связь, 1979.
30. Шувалов В. П. и др. Передача дискретных сообщений. М.: Радио и связь, 1990.
31. Глинченко А. С. Цифровая обработка сигналов: Расчетно-лабораторный практикум / КГТУ. Красноярск, 1996.
32. Петровский А. А. Методы и микропроцессорные средства обработки широкополосных и быстропротекающих процессов в реальном времени. Минск: Наука и техника, 1988.
33. Шипулин С. Н., Храпов В. Ю. Новые семейства программируемой логики фирмы ALTERA // Электронные компоненты, 1998, №3.
34. Глинченко А. С. Методы и средства аппаратно-программной реализации цифровых фильтров: Учеб. пособие / КрПИ. Красноярск, 1992.
35. Щелкунов Н. Н., Дианов А. П. Микропроцессорные средства и системы. М.: Радио и связь, 1989.
36. Цифровые фильтры и устройства обработки сигналов на интегральных микросхемах / Под ред. Б. Ф. Высоцкого. М.: Радио и связь, 1984.
37. Транспьютеры. Архитектура и программное обеспечение. М.: Радио и связь, 1993.
38. Корнеев В. В., Киселев А. В. Современные микропроцессоры. М.: Изд-во "Нолидж", 2000.
39. Инструментальный модуль для реализации и лабораторного исследования систем контроля и управления на базе персональных компьютеров IBM PC / Сост. А. С. Глинченко, Р. М. Пугачев; КГТУ. Красноярск, 1998.

40. Глинченко А. С. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие: В 2 ч. Ч. 1. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2001.
41. Цифровые процессоры обработки сигналов: Справочник / Под ред. А. Г. Остапенко. М.: Радио и связь, 1994.
42. Рекурсивные фильтры на микропроцессорах / Под ред. А. Г. Остапенко. М.: Радио и связь, 1988.
43. Программирование компьютерных систем контроля и управления на языках Турбо Паскаль–ассемблер / Сост. А. С. Глинченко; КГТУ. Красноярск, 1998.
44. Куньянь Л., Франц Дж. А., Саймар–мл. Р. Цифровые процессоры обработки сигналов серии TMS320 // ТИИЭР. – 1987, №9.
45. Техническое обеспечение цифровой обработки сигналов: Справочник/ М. С. Куприянов, Б. Д. Матюшкин и др. С-Пб.: Наука и техника, 2000.
46. Глинченко А. С., Моисеенко В. В. Аппаратно-программный комплекс для реализации и лабораторного исследования систем с цифровой обработкой сигналов: Учеб. пособие. Красноярск: КГТУ, 1998.